УДК 621.396

Ю. А. Никитин
Санкт-Петербургский филиал
"Ленинградское отделение Научно-исследовательского института радио"

Моделирование цифрового однополосного преобразования частоты в тракте приведения умножающего кольца ИФАП

Рассмотрен способ цифрового однополосного преобразования частоты с понижением в тракте приведения (ТП) кольца импульсно-фазовой автоподстройки и показана его предпочтительность для нониусного ТП.

Тракт приведения, цифровой синтез частот, кольцо ИФАП, счетчик импульсов, нониусное деление частоты, сумматор по модулю 2

При синтезе частот желательно уменьшать коэффициент умножения P фазовых шумов, приходящих с опорным колебанием $f_{\text{опНЧ}}$. Для этого в тракте приведения (ТП) синтезатора, построенного с помощью умножающего кольца импульсно-фазовой автоподстройки (ИФАП) частоты, необходимо минимизировать коэффициент деления P выходной частоты $f_{\text{выхВЧ}}$: $P = f_{\text{выхВЧ}}/f_{\text{опНЧ}}$.

Указанная задача решается с помощью понижения частоты $f_{\text{СИ}}$ на входе счетчика импульсов СИ (рис. 1), для чего в ТП выполняется смешивание (перемножение) синтезируемого колебания с частотой $f_{\text{выхВЧ}}$: $A(t) = A_0 \cos(2\pi P F_{\text{c}} t)$ (A_0 – амплитуда синтезируемого колебания; $P = f_{\text{выхВЧ}}/F_{\text{c}}$; F_{c} – шаг сетки частот), поступающего от перестраиваемого генератора ПГ, с дополнительным колебанием с частотой $f_{\text{доп}}$ $B(t) = B_0 \cos(2\pi D F_{\text{c}} t)$ (B_0 – амплитуда дополнительного колебания; $D = f_{\text{доп}}/F_{\text{c}}$ [1]). В результате синтезируется колебание

$$C(t) = A(t)B(t) = (A_0 B_0/2) \times \\ \times \{\cos 2\pi[(P-D)F_{\text{c}} t] + \cos[2\pi(P+D)F_{\text{c}} t]\}. \quad (1)$$

Первый компонент в правой части выражения (1) является полезным, а второй – отфильтровывается с помощью фильтра Ф (нижних частот, верхних частот или полосового).

СИ понижает частоту сигнала в M раз, и на выходе ТП колебание имеет частоту

$$f_{\text{ТП}} = (f_{\text{выхВЧ}} - f_{\text{доп}})/M = (P-D)F_{\text{c}}/M,$$

равную частоте сравнения в импульсно-фазовом детекторе ИФД (см. рис. 1). Вместо ИФД в кольце ИФАП можно использовать частотно-фазовый детектор ЧФД [1]. Заметим, что в случае использования СИ с целочисленным коэффициентом деления $F_{\text{c}} \equiv f_{\text{опНЧ}} \equiv f_{\text{ИФД}}$.

Целью настоящей статьи является рассмотрение математической модели и результатов моделирования цифрового когерентного однополосного преобразователя частоты в тракте приведения умножающего кольца ИФАП.

При использовании однополосного преобразования можно выделить требуемую боковую полосу частот при одновременном подавлении второй боковой полосы с помощью фазового метода [2]. Структурная схема однополосного преобразования приведена на рис. 2. Ему соответствует формула

$$C(t) = C_{\text{c}}(t) + C_{\text{s}}(t) = \\ = A_{\text{c}}(t)B_{\text{s}}(t) + A_{\text{s}}(t)B_{\text{c}}(t) = \\ = A_0 B_0 \sin[2\pi(P-D)F_{\text{c}} t], \quad (2)$$

где A_{c}, B_{c}, A_{s}, B_{s} – ортогональные компоненты входных аналоговых сигналов.

Фазовращатели $\varphi = \pi/2$, перемножители и сумматор могут быть реализованы с помощью аналого-

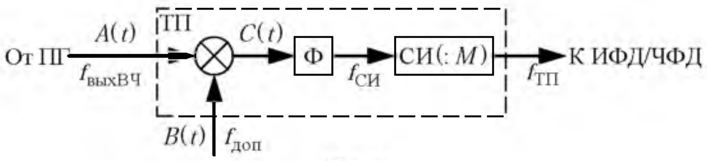

Рис. 1

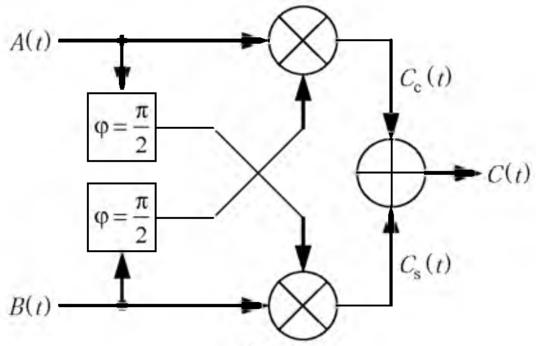

Рис. 2

вых операционных элементов [2]. Однако создание широкополосного аналогового фазовращателя является достаточно сложной инженерной задачей.

При цифровом синтезе частот и сигналов данная задача формулируется аналогично (2) и рис. 2, но при этом преобразуются частоты следования входных двухуровневых импульсных последовательностей, например меандров [3]:

$$\begin{cases} A_{\text{ц}}(t) = \sum\limits_{m=-\infty}^{m=\infty} \dfrac{\sin(m\pi/2)}{m\pi} \exp(jm2\pi PF_{\text{c}}t); \\ B_{\text{ц}}(t) = \sum\limits_{m=-\infty}^{m=\infty} \dfrac{\sin(m\pi/2)}{m\pi} \exp(jm2\pi DF_{\text{c}}t). \end{cases} \qquad (3)$$

Цифровое преобразование частоты подразумевает реализацию операционных узлов на цифровых логических элементах, но выделение полезного компонента спектра из полученного (необязательно двухуровневого) сигнала следует производить с помощью аналогового фильтра.

Аналогом линейного перемножителя для цифровых двухуровневых исходных колебаний вида (3) является элемент "сумматор по модулю 2" ("исключающее ИЛИ"), реализующий булеву функцию

$$C = \overline{A}B + A\overline{B} = A \oplus B.$$

В таблице представлены все возможные соотношения знаков входных сигналов A и B и выходного сигнала C, получаемого в результате их перемножения. Перейдя без потери общности для цифровых логических элементов от совокупности значений сигналов $\{0, 1\}$ к совокупности $\{-1, 1\}$, получим возможность сопоставить указанным соотношениям знаков выходные сигналы цифровых схем. В таблице приведены такие сигналы для цифровых схем, выполняющих функции "И"

A	B	C	&	1	$\oplus$
–1	–1	–1	–1	–1	–1
1	–1	1	–1	1	1
–1	1	1	–1	1	1
1	1	–1	1	1	–1

(&), "ИЛИ" (1) и "сумматор по модулю 2" ($\oplus$). Как следует из таблицы, только для последней схемы выходной цифровой сигнал соответствует всем возможным сочетаниям знаков сигналов на входе и на выходе аналогового перемножителя.

В соответствии с моделью рис. 1 и формулами (1) и (3) цифровые эквиваленты $C_{\text{c ц}}(t)$, $C_{\text{s ц}}(t)$ компонентов сигнала $C_{\text{c}}(t)$, $C_{\text{s}}(t)$ соответственно (см. рис. 1) на выходе цифрового перемножителя на основе логического элемента "исключающее ИЛИ" можно записать в виде

$$\begin{cases} C_{\text{c ц}}(t) = A_{\text{c ц}}(t) B_{\text{c ц}}(t) = \\ = \sum\limits_{m=1}^{m=\infty} \dfrac{\sin(m\pi/2)}{m\pi} \cos(m2\pi PF_{\text{c}}t) \times \\ \times \sum\limits_{k=1}^{k=\infty} \dfrac{\sin(k\pi/2)}{k\pi} \cos(k2\pi DF_{\text{c}}t); \\ C_{\text{s ц}}(t) = A_{\text{s ц}}(t) B_{\text{s ц}}(t) = \\ = \sum\limits_{m=1}^{m=\infty} \dfrac{\sin(m\pi/2)}{m\pi} \sin(m2\pi PF_{\text{c}}t) \times \\ \times \sum\limits_{k=1}^{k=\infty} \dfrac{\sin(k\pi/2)}{k\pi} \sin(k2\pi DF_{\text{c}}t), \end{cases}$$

где $A_{\text{c ц}}(t)$, $A_{\text{s ц}}(t)$, $B_{\text{c ц}}(t)$, $B_{\text{s ц}}(t)$ – составляющие цифровых эквивалентов входных сигналов (3).

Объединив операции суммирования и выполнив приведение тригонометрических функций, получим

$$\begin{cases} C_{\text{c ц}}(t) = \dfrac{1}{2} \sum\limits_{m=1}^{m=\infty} \sum\limits_{k=1}^{k=\infty} \Bigg(\dfrac{\sin(k\pi/2)\sin(m\pi/2)}{km} \times \\ \times \{\cos[2\pi(mP - kD) F_{\text{c}}t] + \\ + \cos[2\pi(mP + kD) F_{\text{c}}t]\}\Bigg); \\ C_{\text{s ц}}(t) = \dfrac{1}{2} \sum\limits_{m=1}^{m=\infty} \sum\limits_{k=1}^{k=\infty} \Bigg(\dfrac{\sin(k\pi/2)\sin(m\pi/2)}{km} \times \\ \times \{\cos[2\pi(mP - kD) F_{\text{c}}t] - \\ - \cos[2\pi(mP + kD) F_{\text{c}}t]\}\Bigg). \end{cases} \qquad (4)$$

В результате заключительного аналогового суммирования (см. рис. 2) имеем трехуровневый сигнал (рис. 3):

$$C_{\text{ц}}(t) = C_{\text{c ц}}(t) + C_{\text{s ц}}(t) =$$
$$= \sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{k=1}^{k=\infty} \Bigg\{ \frac{\sin(k\pi/2)\sin(m\pi/2)}{km} \times$$
$$\times \cos[2\pi(mP - kD) F_{\text{c}}t]\Bigg\}. \qquad (5)$$

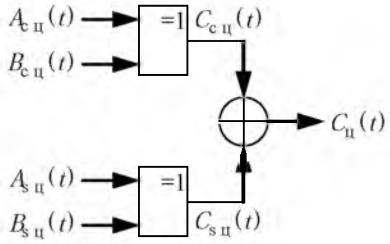

Рис. 3

Аргумент косинуса в правой части (5) описывает имеющиеся в выходном сигнале гармоники. Коэффициенты при F_c, задающие частоты этих гармоник, определяются решением диофантова уравнения (уравнения в целых числах) $mP+kD= =|L\pm x|$, где $L=P-D$ – полезный компонент выходного колебания; $x=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ L-1$. Решение этого уравнения ищется в виде [4]:

$$\begin{cases} m=|S+1|+Pz, \\ S=(-1)^{g-1}(\pm x)\,P_{r-1}, \end{cases}$$

где $z=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots;$ g – количество членов разложения числа $G=P/D$ в цепную дробь по алгоритму Эвклида; P_{r-1} – числитель предпоследнего члена указанного разложения. Определение частот компонентов необходимо для формулировки требований к фильтру Ф (см. рис. 1).

Отметим, что при целочисленных значениях Q и R в спектре выходного колебания $C_{c\,ц}(t)$ имеются только гармоники полезного компонента LF_C [4].

Колебание с частотой $L=P-D$ можно получить внутри кольца ИФАП, не прибегая к дополнительному усложнению структуры синтезатора. Для этого в ТП вместо одного СИ используют два или более [5] (рис. 4). Коэффициенты деления параллельно включенных СИ выбирают близкими (как правило, $|Q-R|=1$). Такое преобразование в ТП называют нониусным (vernier) [6]. Эквивалентный коэффициент деления частоты нониусной ячейки ТП при $|Q-R|=1$ определяется произведением QR.

С использованием нониусного цифрового ТП обе преобразуемые последовательности получают

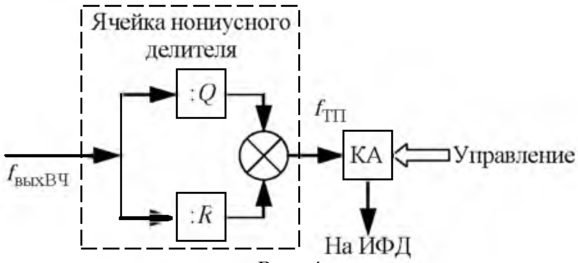

Рис. 4

из одной исходной (опорной) частоты целочисленным делением исходной частоты $f_{выхВЧ}=PF_c$ в Q и в R раз [5], [7]. Тогда после формирования цифровых эквивалентов входных сигналов имеем

$$\begin{cases} A_ц(t)=\sum\limits_{m=1}^{m=\infty}\dfrac{\sin(m\pi/2)}{m\pi}\cos\left[2m\pi(P/Q)\,F_c t\right]; \\ B_ц(t)=\sum\limits_{m=1}^{m=\infty}\dfrac{\sin(m\pi/2)}{m\pi}\cos\left[2m\pi(P/R)\,F_c t\right]. \end{cases} \qquad (6)$$

В выражениях (4)–(6) номинальные значения частот определяются коэффициентами P, Q и R, представляющими собой отношения частот к шагу частотной сетки F_c. При этом $P>Q$; $P>R$; $(P,\ Q)=1$; $(P,\ R)=1$; $(Q,\ R)=1$, т. е. P, Q и R – целые и попарно взаимно простые числа. Таким образом, когерентные преобразования (вычитание) исходных частот цифровых колебаний можно осуществить цифроаналоговым способом.

С учетом сочетаний уровней сигналов на выходах сумматоров по модулю 2 выходной аналоговый сумматор в схеме на рис. 3 должен обеспечивать получение трехуровневого колебания $C_ц(t)$.

На рис. 5 приведена модель цифрового алгебраического сумматора частот в среде MicroCap9 и указаны контрольные точки, эпюры колебаний в которых приведены на рис. 6 и 7, где представлены результаты моделирования сигналов в рассмотренной цифроаналоговой структуре при соотношении входных частот 4/5, т. е. при $Q=4$ и $R=5$.

Дискретный сдвиг фазы исходных колебаний на $\pi/2$ в широкой полосе частот выполняется с дополнительным понижением выходной частоты в четыре раза (рис. 6, эпюры в контрольных точках 6 и 8 (выходная цепь делителя Q) (см. рис. 5) и в точках 7 и 9 (выходная цепь делителя R)). В итоге частота на выходе нониусного ТП

$$f_{ТП}=(f_{вых}/4)(1/4-1/5)=f_{вых}/80.$$

На рис. 7 приведены эпюры колебаний на выходе схемы аналогового суммирования (контрольная точка 12) и выходного колебания $C(t)$ (контрольная точка 13) после прохождения через однозвенный(13–1) и двухзвенный (13–2) RC-фильтр нижних частот (см. рис. 5). Для сравнения здесь же приведены эпюры колебаний на выходе цифрового смесителя (сумматора по модулю 2) (контрольная точка 14) и выходного колебания после прохождения через аналогичный однозвенный (15–1)

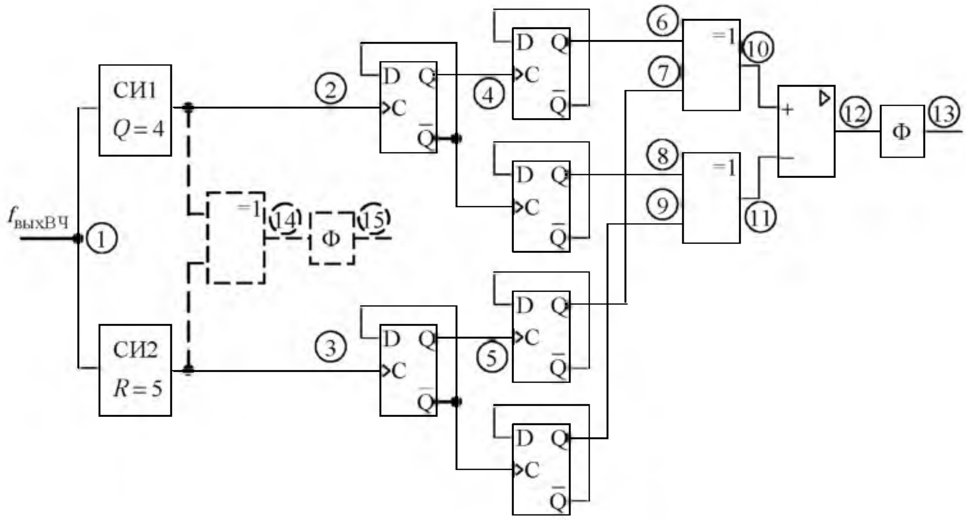

Рис. 5

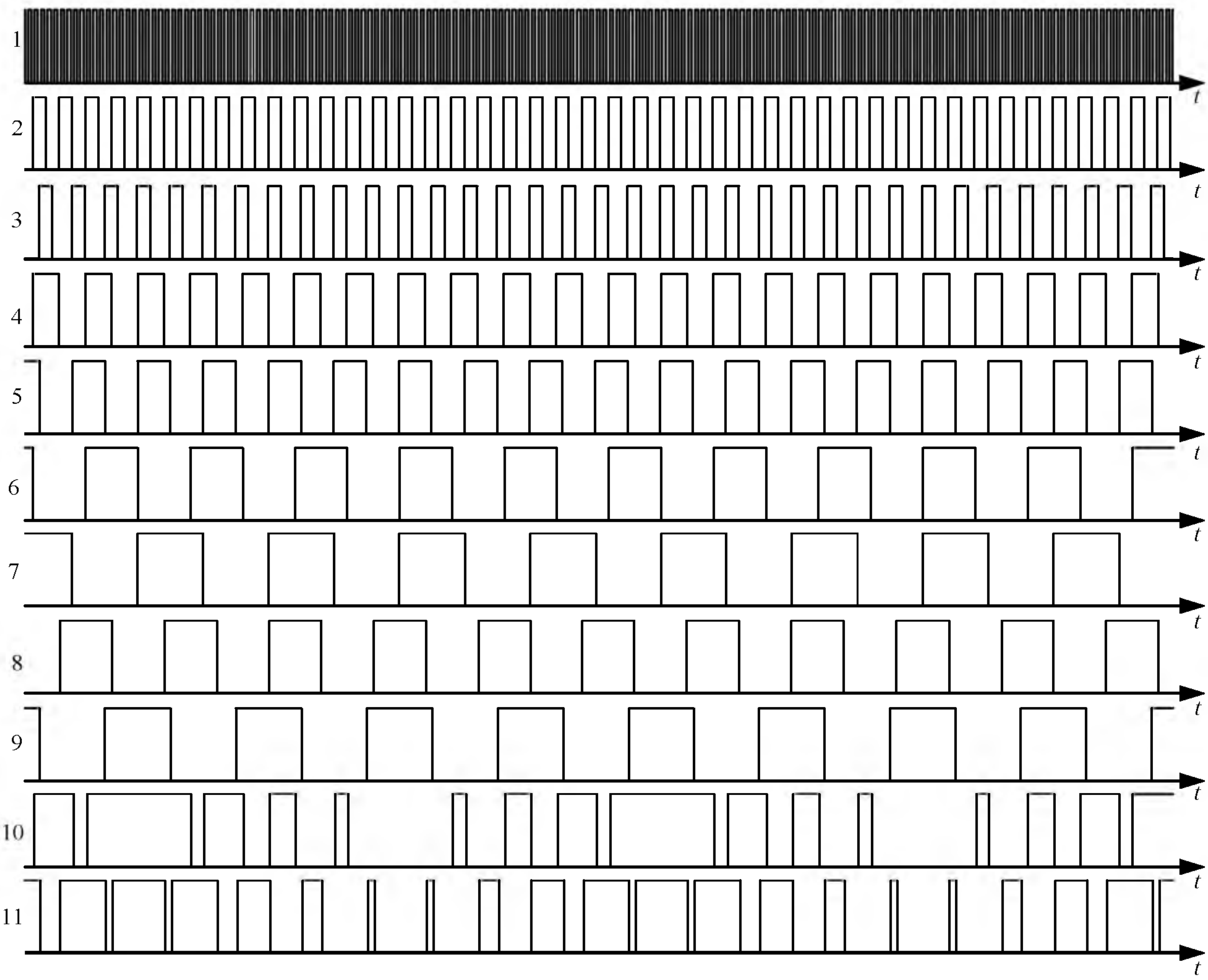

Рис. 6

и двухзвенный (15–2) *RC*-фильтры нижних частот (контрольная точка 15) (см. рис. 5) Сравнив эпюры 13–1 с (15–2) и 13–2 с 15–2 (рис. 7), можно сделать вывод, что при однополосном цифровом преобразовании требования к аналоговой фильтрации выходного колебания разностной частоты $f_{\text{ТП}}$ ослаблены.

Применение цифровых смесителей целесообразно прежде всего в нониусных ТП умножающих колец ИФАП (см. рис. 4) и в цифроаналоговых ТП с вычитанием (см. рис. 1) [5], поскольку при этом облегчаются требования к выходному фильтру Ф.

Использование цифроаналоговых однополосных понижающих смесителей особенно целесо-

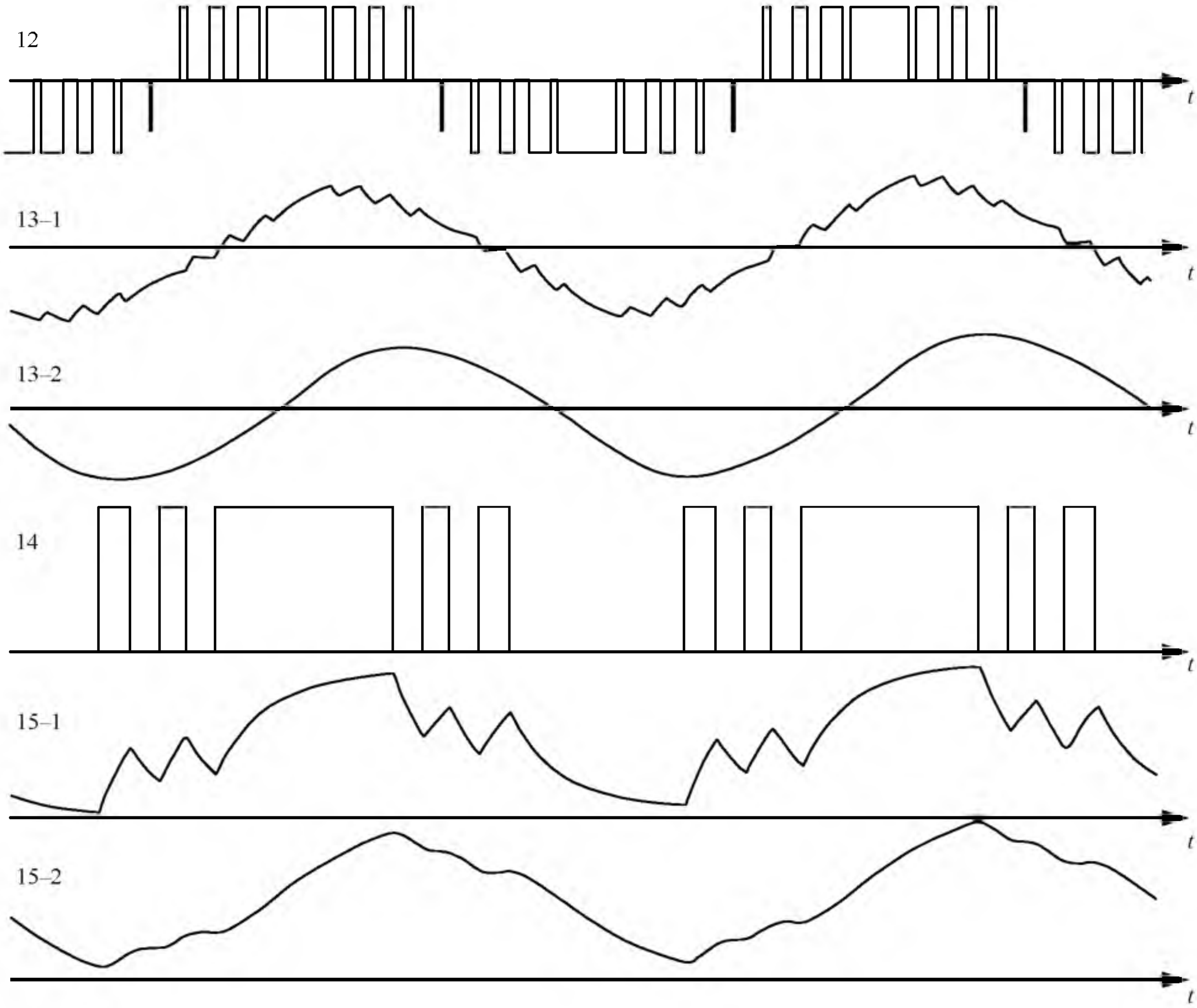

Рис. 7

образно в нониусных ТП [5], [7], поскольку в них снижается количество преобразований цифровых сигналов в аналоговые и аналоговых – в цифровые.

Следует также заметить, что амплитуда выходного колебания цифрового смесителя (после фильтра Ф) сопоставима по уровню с амплитудами входных колебаний и значительно превышает амплитуду сигналов на входе и на выходе аналогового смесителя. Из этого можно сделать вывод, что при прочих равных условиях относительный уровень шумов в ТП с цифровым смесителем будет ниже, чем в ТП с аналоговым смесителем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шапиро Д. Н. Паин А. А. Основы теории синтеза частот. М.: Радио и связь, 1981. 264 с.

2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1977. 608 с.

3. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М.: ГИФМЛ, 1962. 236 с.

4. Никитин Ю. А. Математическая модель формирования колебаний с использованием методов пассивного цифрового синтеза // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. № 9. С. 52–57.

5. Никитин Ю. А. Анализ целочисленного нониусного тракта приведения умножающего кольца импульсно-фазовой автоподстройки частоты // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2011. Вып. 6. С. 58–65.

6. Sadowski B. A self-offset phase-locked loop // Microwave j. 2008. Vol. 51, № 4. P. 116–124.

7. Никитин Ю. А. Анализ дробного нониусного тракта приведения умножающего кольца импульснофазовой автоподстройки частоты // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2012. Вып 1. С. 31–37.

Y. A. Nikitin
Saint-Petersburg branch "Leningrad department of Research institute of radio"

Modeling single sideband of digital frequency conversion in the path of bringing multiplies PLL

To reduce the level of phase noise in the near zone offset from the carrier wave is desirable to reduce the factor of division in the PLL.

Cast tract, digital frequency synthesis, impulse PLL, pulse counter, the vernier frequency division, adder modulo 2

Статья поступила в редакцию 11 февраля 2014 г.

УДК 519.725.3

Данг Ким Нгок
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"

Использование верхней границы вероятности битовой ошибки для поиска хороших сверточных кодов

Приведены алгоритм и результаты расчета верхней границы вероятности битовой ошибки по усеченной передаточной функции сверточного кода. Представлены результаты поиска хороших кодов со скоростями 1/2, 1/3, 1/4 по критерию верхней границы битовой ошибки.

Сверточный код, верхняя граница, усеченная передаточная функция, вероятность битовой ошибки

Общепринято сравнивать сверточные коды по вероятности битовой ошибки [1]. Эффективность кода тем больше, чем меньше вероятность битовой ошибки P_b. Эта вероятность может вычисляться с помощью машинного моделирования алгоритмов декодирования, что требует значительного времени, особенно при малой P_b и больших кодовых ограничениях. Поэтому для поиска хороших сверточных кодов используются три критерия: поиск по максимальным свободным расстояниям [2], поиск по профилю оптимального расстояния [3] и поиск по спектру оптимального расстояния (СОР) [4]. Лучшим считается критерий поиска по спектру оптимального расстояния.

В настоящей статье для поиска хороших сверточных кодов предложено использовать верхнюю границу вероятности битовой ошибки.

Корректирующие свойства сверточного кода определяются передаточной функцией [1]:

$$T(D,N) = \sum_{d=d_{\text{св}}}^{\infty} a_d N^{f_d} D^d, \qquad (1)$$

где d – расстояние Хэмминга рассматриваемого пути от нулевого пути; $d_{\text{св}}$ – свободное расстояние кода; a_d – число путей с расстоянием d от нулевого пути; N, D – длины входной и выходной последовательностей соответственно; f_d – вес входной последовательности с расстоянием d.

С функцией $T(D, N)$ связана верхняя граница вероятности ошибки на бит:

$$P_b \le \left. \frac{dT(D, N)}{dN} \right|_{N=1} = \left. \sum_{d=d_{\text{св}}}^{\infty} c_d D^d \right|_{D=e^{-R\frac{E_b}{N_0}}}, \qquad (2)$$

где c_d – число битовых ошибок для путей с расстоянием d; R – скорость кодирования; E_b – энергия бита; N_0 – спектральная плотность мощности шума.

Верхняя граница характеризует эффективность сверточного кода. Однако ее точное вычисление требует больших временны́х затрат. Поэтому в настоящей статье рассмотрен расчет верхней границы по усеченной передаточной функции сверточного кода при учете путей с расстояниями $d = d_{\text{св}}$,