

11. Intrachannel Nonlinearity Compensation by Inverse Volterra Series Transfer Function / L. Liu, L. Li, Y. Huang, K. Cui, Q. Xiong, F. N. Hauske, Ch. Xie, Yi Cai // J. of Light-wave Technology. 2012. Vol. 30, iss. 3. P. 310–316.
12. Ljung L. System Identification. Theory for the User. 2<sup>nd</sup> ed. Upper Saddle River: PTR Prentice Hall, 1999. 609 p.
13. Ni B., Gilson M., Garnier H. Refined Instrumental Variable Method for Hammerstein-Wiener Continuous-Time Model Identification // IET Control Theory & Applications. 2013. Vol. 7, iss. 9. P. 1276–1286.
14. Samuelsson P., Norlander H., Carlsson B. An Integrating Linearization Method for Hammerstein Models // Automatica. 2005. Vol. 41, iss. 10. P. 1825–1828.
15. Schoukens M., Pintelon R., Rolain Y. Parametric identification of parallel Hammerstein systems // IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement. 2011. Vol. IM-60, iss. 12. P. 3931–3938.
16. Prediction of Harmonic Distortion Generated by Electro-Dynamic Loudspeakers Using Cascade of Hammerstein Models / M. Rébillat, R. Hennequin, E. Corteel, B. F. G. Katz // 128th Audio Engineering Society Convention. London, UK, 22–25 May 2010. New York: Audio Engineering Society, 2010. Vol. 2. P. 1137–1146.
17. US Pat. Appl. 14/637,228. Int.Cl. H04R3/04 (2006.0101). Digital Signal Processor for Audio Extensions and Correction of Nonlinear Distortions in Loudspeakers / I. Ajay, J. Hutchings, R. A. Kreifeldt, V. J. Mathews, Sh. Sr. Payal. Publ. 09/03/2015.

R. Z. Akhmetsafina

National Research University "Higher School of Economics" (Moscow)

### Digital Pre-Emphasis Compensator for Loudspeaker on the Inverse Parallel Hammerstein Model

*Models of nonlinear compensators for decreasing total harmonic distortions of loud-speakers are considered. Digital linearization is suggested as a diagram with internal feedback based on the inverse parallel Hammerstein model.*

Loud-speaker, Total Harmonic Distortions, pre-emphasis, parallel Hammerstein model

Статья поступила в редакцию 13 апреля 2016 г.

УДК 621.391

Р. А. Волков

Череповецкое высшее военное инженерное училище радиоэлектроники

## Оптимальный алгоритм оценивания координатно-информативных параметров MSK-сигналов пакетных радиосетей с неизвестным законом первичной модуляции на основе нелинейной чирплет-аппроксимации

*Предложен научно-методический аппарат обработки радиосигналов на основе поиска совпадений и модифицированной нелинейной чирплет-аппроксимации. Разработан оптимальный алгоритм оценивания времени прихода MSK-радиосигналов пакетных радиосетей в пространственно-разнесенных пунктах приема разностно-дальномерной системы местоопределения. Произведено сравнение разработанного алгоритма с известными.*

**Нелинейная чирплет-аппроксимация, поиск совпадений, атомарная функция, время прихода сигнала, взаимная задержка сигналов, корреляционный интеграл, разностно-дальномерная система местоопределения**

Повышение точности определения координат источников радиоизлучений (ИРИ) весьма важно при решении задач радиоконтроля (РК). Одним из путей повышения точности местоопределения (МО) ИРИ систем радиосвязи является применение многопозиционных разностно-дальномерных систем (РДС) МО [1]. Особенно это актуально в отношении широкополосных сигналов пакетных

радиосетей, так как в этом случае в полной мере проявляются преимущества РДС МО.

Известны методы оптимальной обработки и оценки временных параметров полностью известных сигналов и сигналов с неизвестной начальной фазой [2], [3]. Для их реализации в пункте приема необходимо иметь копию принимаемого сигнала.

При РК это условие, как правило, не выполняется, поэтому РДС МО могут быть реализованы двумя способами: 1) ретрансляцией принятых в пространственно разнесенных приемных пунктах (ПРПП) сигналов на центральный пункт (ЦП), где осуществляется их совместная обработка и оценивание взаимной задержки сигналов (ВЗС). При этом роль копии сигнала выполняет сигнал, принятый в другом пункте; 2) измерением времени прихода сигналов (ВПС) в ПРПП и передачей на ЦП только результатов обработки. При этом оценка временного положения сигнала сводится к оценке временного положения огибающей всего пакета.

Каждый из рассмотренных способов имеет свои преимущества и недостатки. Достоинством первого способа является высокая точность измерения ВПС, недостатком – необходимость высокоскоростных каналов передачи данных для ретрансляции сигналов с ПРПП на ЦП, а также сосредоточение всей обработки сигналов в одном пункте. Это приводит к значительному снижению пропускной способности РДС МО, что является основной причиной сдерживания их практического применения. Достоинством второго способа является высокая пропускная способность, так как обработка осуществляется непосредственно на пунктах приема и ретранслировать сигналы не нужно, недостатком – низкая точность измерения ВПС, так как при оценивании не используется внутримпульсная модуляция.

Таким образом, актуальной является задача оценивания ВПС с неизвестным законом первичной модуляции в ПРПП при сохранении высокой точности оценивания, присущей первому способу, и высокой пропускной способности РДС МО, свойственной второму способу. Решению этой задачи и посвящена статья. Рассмотрена обработка сигналов класса MSK (minimum shift keying), так как они широко используются в пакетных радиосетях систем связи диапазонов очень высоких и ультравысоких частот.

**Основные теоретические положения нелинейного чирплет-преобразования.** Проведенные исследования показали, что при наличии априорной информации о параметрах принимаемого сигнала задача оценивания ВПС неизвестной формы может быть решена на основе теории атомарных функций (АФ). [4]. Теория предусматривает разложение сигнала на АФ – финитные бесконечные дифференцируемые функции, являющиеся решениями дифференциальных уравнений со смещенным аргументом. По аналогии с классическим спектральным анализом порождаемый

таким разложением набор весовых коэффициентов, сопоставленных с номерами АФ, рассматривается как МН-чирплет-спектр.

К АФ, составляющим базис разложения, в отличие от функций, используемых в классическом спектральном анализе, предъявляются менее жесткие требования. В частности, они не обязаны быть ортогональными, основное требование – хорошая аппроксимация особенностей анализируемого сигнала их минимальным количеством. В результате разложения копия принимаемого сигнала в пункте приема заменяется суммой малого числа АФ, максимально точно аппроксимирующих принимаемый сигнал на основе поиска совпадений [5]–[7]. Принимаемый сигнал обрабатывается совместно с каждой из АФ, после чего благодаря линейности преобразования конечный результат находится как сумма частных результатов. В [8] показано, что наиболее универсальными для решения задачи оценивания ВПС АФ являются нелинейные чирплеты, так как они могут быть адаптированы для аппроксимации как линейных, так и нелинейных локальных структур сигнала.

К классу нелинейных чирплетов относятся доплерлеты [9]–[10], FM<sup>m</sup>-леты [11], полиномиальные чирплеты [12]. Теоретически все они могут использоваться в качестве АФ для оценивания координатно-информативных параметров (КИП) рассматриваемого класса радиосигналов. Однако на практике их применение целесообразно в тех случаях, когда время наблюдения за источником достаточно большое и относительная скорость движения излучателя и приемника достаточно высока. При РК эти условия, как правило, не выполняются. Обычно параметры сигналов доступны для измерения в случайные моменты времени, при этом относительная скорость излучателя и носителя может быть как очень высокой, так и очень низкой (вплоть до нуля). В связи с этим для решения поставленной задачи в настоящей статье предложен модифицированный нелинейный (МН) чирплет, полученный из линейного чирплета [13] добавлением к его параметрам ускорения изменения частоты. Тогда МН-чирплет будет иметь вид

$$d_{\gamma}(t) = g(t, \sigma) \exp(j2\pi ft) = g(t, \sigma) \exp\left\{j2\pi \left[ f_s + r_f t + (a_f/2)t^2 \right] t\right\}, \quad (1)$$

где  $\gamma = [f_s \ \sigma \ r_f \ a_f]$  – множество параметров;  $g(t, \sigma)$  – оконная функция, причем  $f_s$  – начальная частота принимаемого сигнала;  $\sigma$  – параметр, ха-

рактически характеризующий ширину окна;  $r_f$  – скорость изменения частоты;  $a_f$  – ускорение изменения частоты.

При оценивании ВПС целесообразно использовать прямоугольное окно

$$g(t, \sigma) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_{\Pi}; \\ 0, & t > T_{\Pi}, \end{cases}$$

где  $T_{\Pi}$  – длина пакета, так как применение сглаживающих окон приводит к снижению точности оценивания. В этом случае параметр ширины окна  $\sigma = T_{\Pi}$ .

Пример действительной части МН-чирплета представлен на рис. 1, а, его псевдораспределение Вигнера–Вилли – на рис. 1, б.

Как и другие АФ, МН-чирплет обладает следующими свойствами:

– имеет конечную энергию

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |d_{\gamma}(t)|^2 dt < \infty;$$

– имеет нулевое среднее значение

$$\int_{-\infty}^{\infty} d_{\gamma}(t) dt = 0;$$

– локализован во времени и по частоте.

Комплексное МН-чирплет-преобразование любого квадратично-интегрируемого сигнала  $s(t) \in L^2(\mathbb{R})$  определяется как [9]

$$\text{MNFCT}[s(t)] = \langle s(t), d_{\gamma}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) g(t, \sigma) \times \exp\left\{j2\pi\left[f_s + r_f t + \left(a_f/2\right)t^2\right]t\right\} dt,$$

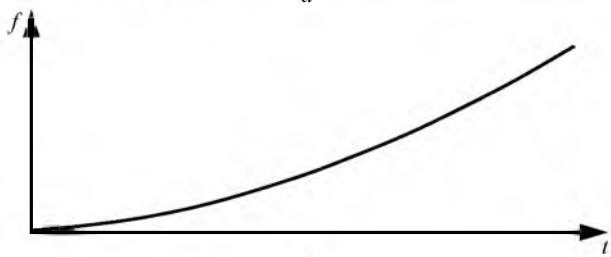
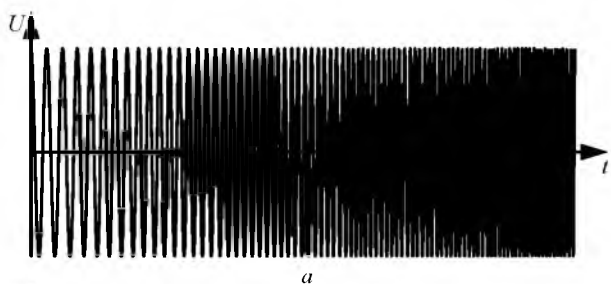


Рис. 1

где  $L^2(\mathbb{R})$  – Гильбертово пространство комплекснозначных функций;  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  – символ скалярного произведения принимаемого сигнала с МН-чирплет-АФ.

Результаты МН-чирплет-преобразования как скалярного произведения МН-чирплета и сигнала содержат комбинированную информацию об анализируемом сигнале и самом МН-чирплете. Получение объективной информации о сигнале базируется на свойствах МН-чирплет-преобразования, основными из которых являются:

– линейность

$$\begin{aligned} \text{MNFCT}[\alpha s_1(t) + \beta s_2(t)] &= \\ &= \alpha \text{MNFCT}[s_1(t)] + \beta \text{MNFCT}[s_2(t)]; \end{aligned}$$

( $\alpha, \beta$  – постоянные множители): МН-чирплет-преобразование линейной комбинации функций является линейной комбинацией МН-чирплет-преобразований этих функций;

– инвариантность относительно сдвига [14]: сдвиг сигнала во времени на  $t_0$  приводит к сдвигу МН-чирплет-спектра также на  $t_0$ .

– инвариантность относительно масштабирования: растяжение (сжатие) сигнала приводит к сжатию (растяжению) МН-чирплет-спектра сигнала.

Из-за большой размерности параметрического пространства непосредственное выполнение МН-чирплет-преобразования проблематично, хотя теоретически и выполнимо. Поэтому для декомпозиции используется специальный алгоритм, получивший название алгоритма "поиска совпадений" [5]–[7].

Алгоритм "поиска совпадений" адаптивно раскладывает сигнал на линейную комбинацию АФ, которые лучше всего совпадают с локальными особенностями сигнала. Базовая процедура МН-чирплет-преобразования на основе алгоритма "поиска совпадений" следующая.

Пусть

$$D = \{d_{\gamma^{(i)}}\} \in L^2(\mathbb{R}), \quad \Gamma = \{\gamma^{(i)}\} \in L^2(\mathbb{R}),$$

где  $d_{\gamma^{(i)}} \in D$ ,  $i = \overline{1, N}$  –  $i$ -й МН-чирплет из словаря  $D$  объемом  $N$  с множеством параметров  $\gamma^{(i)} = \begin{bmatrix} f_s^{(i)} & \sigma^{(i)} & r_f^{(i)} & a_f^{(i)} \end{bmatrix} \in \Gamma$  из словаря параметров  $\Gamma$ , причем  $\sigma^{(i)} \in \mathbb{R}^+$ ;  $f_s^{(i)}, r_f^{(i)}, a_f^{(i)} \in \mathbb{R}$ ,  $i = \overline{1, N}$  ( $\mathbb{R}$  – множество действительных чисел;  $\mathbb{R}^+$  – множество положительных действительных

чисел);  $\|d_{\gamma^{(i)}}\| = 1$ . Тогда сигнал  $s(t)$  может быть разложен на составляющие компоненты:

$$s(t) = \text{MNFCCT}^{(0)}[s(t)]d_{\gamma^{(0)}} + R_{\Gamma},$$

где первое слагаемое представляет собой проекцию  $s(t)$  на  $d_{\gamma^{(0)}}$ ;  $R_{\Gamma}$  – остаточный сигнал.

МН-чирплет-преобразование, основанное на применении алгоритма "поиска совпадений", является итеративным алгоритмом, раскладываящим остаточный сигнал  $R_{\Gamma}$  проектированием его на АФ из словаря  $D$ , которая совпадает с  $R_{\Gamma}$  наилучшим образом. После каждой итерации выбирается МН-чирплет, максимально соответствующий доминирующей компоненте остаточного сигнала. Итеративный процесс декомпозиции продолжается до тех пор, пока энергия остаточного сигнала не станет ниже заданного порога.

Пусть  $R_{\Gamma}^{(0)} = s(t)$ . После завершения  $k$  итераций, результат декомпозиции будет иметь вид

$$R_{\Gamma}^{(0)} = \sum_{i=0}^k \langle R_{\Gamma}^{(i)}, d_{\gamma^{(i)}} \rangle d_{\gamma^{(i)}} + R_{\Gamma}^{(k+1)}.$$

В этом разложении минимизация энергии остаточного сигнала  $R_{\Gamma}^{(k+1)}$  соответствует максимизации энергии сигнала, собранной АФ  $\sum_{i=0}^k \langle R_{\Gamma}^{(i)}, d_{\gamma^{(i)}} \rangle d_{\gamma^{(i)}}$ .

Поэтому в качестве критерия будем использовать максимум собранной АФ энергии исследуемого сигнала, так как в теории оптимального приема при вычислении временного положения импульсов используется максимизация отношения энергии сигнала к энергии шума [2], [3].

**Постановка задачи.** Научную задачу сформируем следующим образом. Пусть на вход приемного устройства поступает колебание

$$\xi(t) = s(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

представляющее собой сумму полезного MSK-сигнала  $s(t)$  и шума  $n(t)$  ( $T$  – время наблюдения). Полагая известными некоторые характеристики излучаемых радиосигналов, каналов приема и помех, а также их функциональное взаимодействие, разработаем оптимальный алгоритм оценивания времени прихода MSK-радиосигналов в пунктах приема разностно-дальномерной системы местоопределения на основе поиска совпадений и нелинейной чирплет-аппроксимации.

Вместе с тем положим априорно известными (хотя бы приближенно) следующие параметры сигналов: вид модуляции, несущую частоту, тактовую частоту модулирующей псевдослучайной последовательности (ПСП), число элементов модулирующей ПСП, длительность пакета. Эти параметры могут быть известны из описания сигналов или приближенно измерены при их экспресс-анализе.

**Решение задачи.** Математическую модель MSK-сигнала можно представить в виде [8]

$$s(t) = U \cos \left\{ \omega_c [(t - \tau) - T_{\text{и}}(M - 1)] + \sum_{k=1}^{M-1} \frac{q_k \pi}{2} + \frac{q_M \pi [(t - \tau) - T_{\text{и}}(M - 1)]}{2T_{\text{и}}} + \varphi_0 \right\}, \quad (3)$$

где  $U$  – амплитуда сигнала;

$$\omega_c = 2\pi \left( f_c + r_f t + a_f t^2 / 2 \right)$$

– циклическая несущая частота с учетом изменения за счет эффекта Доплера при возможном взаимном движении ИРИ и ПРПП ( $r_f$ ,  $a_f$  – скорость и ускорение изменения частоты соответственно);  $\tau$  – смещение входной реализации относительно МН-чирплета;  $T_{\text{и}}$  – длительность элементарного импульса модулирующей ПСП;  $M$  – номер текущего элементарного импульса модулирующей ПСП;  $q_k = +1$  при передаче лог. 1,  $q_k = -1$  при передаче лог. 0;  $\varphi_0$  – случайная начальная фаза, равномерно распределенная на интервале  $[0, 2\pi]$ .

Для MSK-сигналов при манипуляции излучается одна из двух частот:  $f^{(0,1)} = f_c \mp 1/(4T_{\text{и}})$ . При передаче лог. 1 излучается частота  $f^{(1)} = f_c + 1/(4T_{\text{и}})$ , и к концу элемента приращение фазы составляет  $+\pi/2$ . Передаче лог. 0 соответствует излучение частоты  $f^{(0)} = f_c - 1/(4T_{\text{и}})$ , и к концу элемента приращение фазы составляет  $-\pi/2$ . Тогда в качестве чирплетов целесообразно рассматривать синусоидальные функции частот  $f^{(1)}$  и  $f^{(0)}$  и вычислять результирующую взаимную корреляционную функцию (ВКФ) как сумму частных ВКФ, полученных при совместной обработке входного сигнала с действительными и мнимыми частями этих чирплетов, имеющих длительности  $\sigma_0 = \sigma_1 = T_{\text{и}}$ .

Структурная схема алгоритма оценивания ВПС MSK-сигналов путем поиска совпадений на основе МН-чирплет-аппроксимации приведена на рис. 2. Он включает следующие основные шаги.

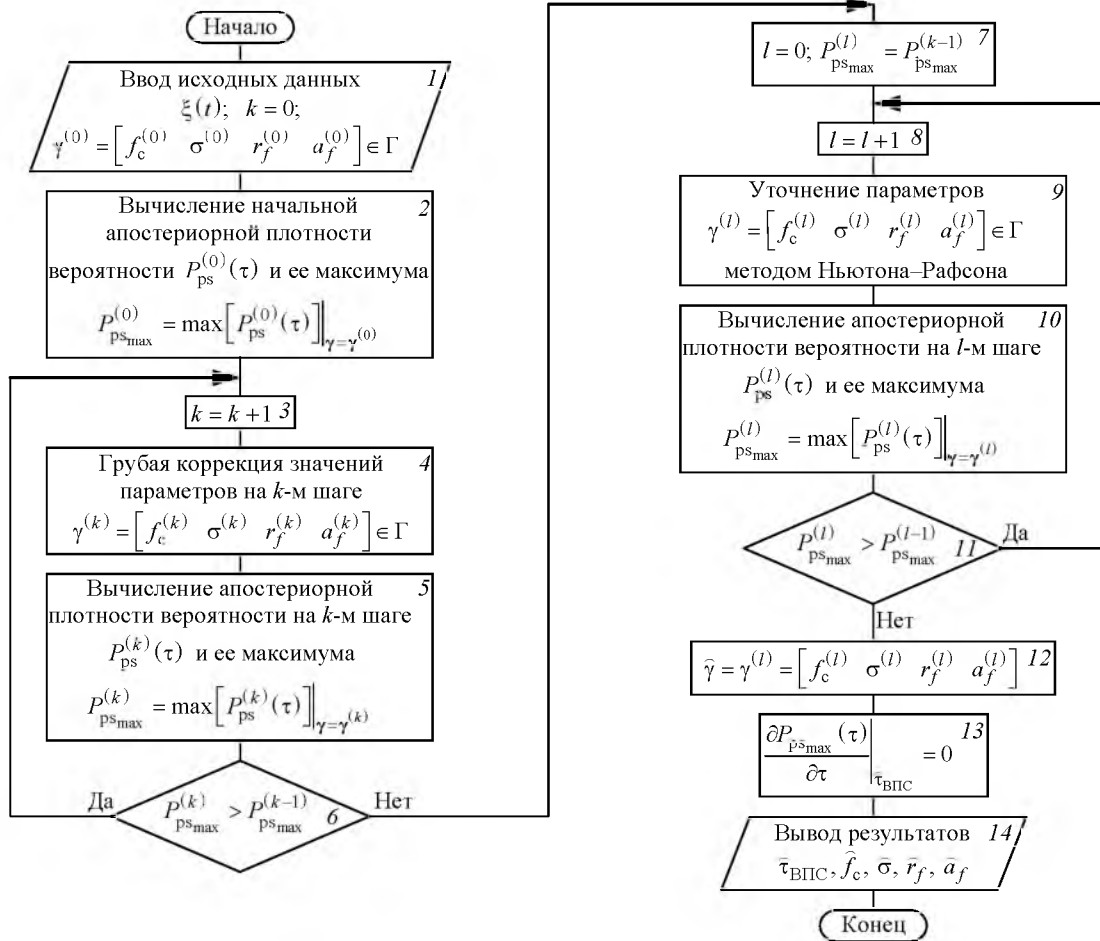


Рис. 2

*Начальная оценка.* Оцениваются начальные значения параметров МН-чирплетов (рис. 2, 1)  $\gamma^{(0)} = [f_c^{(0)} \ \sigma^{(0)} \ r_f^{(0)} \ a_f^{(0)}]$ . Значения  $\sigma^{(0)}$  и  $f_c^{(0)}$  могут быть оценены на основании априорных сведений о сигнале или по предварительно полученной времячастотной спектрограмме. Сформируем начальную апостериорную плотность вероятности (АПВ)  $P_{ps}^{(0)}(\tau)$  и определим значение ее максимума (рис. 2, 2):

$$P_{ps_{max}}^{(0)}(\tau) = \max [P_{ps}^{(0)}(\tau)]_{\gamma=\gamma^{(0)}}.$$

*Грубая оценка.* Для грубой оценки значений параметров МН-чирплет АФ и определения приближительных интервалов используются относительно большие и постоянные приращения (рис. 2, 3–6). На каждом шаге строится АПВ  $P_{ps}^{(k)}(\tau)$  и вычисляется ее максимум:

$$P_{ps_{max}}^{(k)}(\tau) = \max [P_{ps}^{(k)}(\tau)]_{\gamma=\gamma^{(k)}}.$$

После завершения  $k$ -й итерации все параметры, полученные в разреженных (из-за больших шагов поиска) узлах, рассматриваются как приближенные оценки  $\tilde{\gamma}^{(k)} = [f_c^{(k)} \ \sigma^{(k)} \ r_f^{(k)} \ a_f^{(k)}]$ .

Максимальное значение АПВ сравнивается со значением, полученным на предыдущем шаге. Вычисления продолжают до тех пор, пока не будет найден грубый максимум (рис. 2, 6).

*Уточнение.* Для определения параметров МН-чирплет АФ, наилучшим способом согласованной с анализируемым сигналом, выполняется численная оптимизация (например, методом Ньютона–Рафсона) в  $\Gamma$ -окрестностях  $\tilde{\gamma}^{(k)}$  со значительно меньшими шагами (рис. 2, 8–11). На каждом шаге строится АПВ  $P_{ps}^{(l)}(\tau)$  и определяется ее максимум:

$$P_{ps_{max}}^{(l)}(\tau) = \max [P_{ps}^{(l)}(\tau)]_{\gamma=\gamma^{(l)}}.$$

Максимальное значение АПВ сравнивается со значением, вычисленным на предыдущем шаге. Вычисления продолжают до тех пор, пока не

будет найден вектор параметров, соответствующих точному максимуму (рис. 2, 12):

$$\hat{\gamma} = \hat{\gamma}^{(l)} = \begin{bmatrix} f_c^{(l)} & \sigma^{(l)} & r_f^{(l)} & a_f^{(l)} \end{bmatrix}.$$

Так как при цифровой обработке значения АПВ определены только в дискретные моменты времени и истинный максимум может находиться между дискретными отсчетами, центральный пик АПВ в окрестности максимума необходимо аппроксимировать какой-либо непрерывной функцией  $P_{psm}(\tau)$  (например, полиномом). Затем производная полинома приравняется нулю и решением уравнения находится искомая точная оценка  $\hat{\tau}_{ВПС}$  (рис. 2, 13). Сопутствующие оценки параметров МН-чирплет АФ  $\hat{f}_c$ ,  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{r}_f$ ,  $\hat{a}_f$  также являются координатно-информативными и могут использоваться при вычислении координат ИРИ (рис. 2, 14).

Основной процедурой в представленном алгоритме является построение АПВ  $P_{ps}(\tau)$ , аппроксимация пика в окрестности максимального значения  $P_{ps,max}(\tau)$ , а также оценка ВПС  $\hat{\tau}_{ВПС}$ .

В соответствии с полученными в [8] результатами алгоритм построения АПВ описывается выражениями

$$A_1^1(\tau) = \int_0^T \xi(t) \text{Im} \left[ d_{\gamma_{-\tau}^{(1)}} \right] dt; \quad (4)$$

$$A_0^1(\tau) = \int_0^T \xi(t) \text{Im} \left[ d_{\gamma_{-\tau}^{(0)}} \right] dt;$$

$$B_1^1(\tau) = \int_0^T \xi(t) \text{Re} \left[ d_{\gamma_{-\tau}^{(1)}} \right] dt; \quad (5)$$

$$B_0^1(\tau) = \int_0^T \xi(t) \text{Re} \left[ d_{\gamma_{-\tau}^{(0)}} \right] dt;$$

$$\begin{aligned} A_1(\tau) &= \Delta \left[ A_1^1(\tau) \right]; A_0(\tau) = \Delta \left[ A_0^1(\tau) \right]; \\ B_1(\tau) &= \Delta \left[ B_1^1(\tau) \right]; B_0(\tau) = \Delta \left[ B_0^1(\tau) \right]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$A(\tau) = A_1(\tau) + A_0(\tau); B(\tau) = B_1(\tau) + B_0(\tau); \quad (7)$$

$$Z(\tau) = \sqrt{A^2(\tau) + B^2(\tau)}; \quad (8)$$

$$P_{ps}(\tau) = P_{pr}(\tau) I_0 \left[ (2U_m/N_{ш}) Z(\tau) \right], \quad (9)$$

где  $\gamma_{-\tau}^{(l,0)} = \begin{bmatrix} f^{(l,0)} & \sigma^{(l,0)} & r_f^{(l,0)} & a_f^{(l,0)} \end{bmatrix}$ ;  $\text{Im}(\cdot)$ ,

$\text{Re}(\cdot)$  – операции взятия мнимой и действительной частей соответственно;  $\Delta[\cdot]$  – оператор коррекции корреляционного интеграла (КИ) (функция опе-

ратора описана далее);  $P_{pr}(\tau)$  – априорная плотность распределения вероятности;  $I_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка;  $Z(\tau)$  – модуль ВКФ;  $N_{ш}$  – спектральная плотность мощности шума.

Особенностью алгоритма является построение модуля результирующей ВКФ с использованием частных ВКФ, полученных при совместной обработке входного сигнала с действительными и мнимыми частями комплексных МН-чирплетов (1), имеющих параметры  $\hat{\gamma}^{(1)} = \begin{bmatrix} \hat{f}^{(1)} & \hat{\sigma} & \hat{r}_{f^{(1)}} & \hat{a}_{f^{(1)}} \end{bmatrix}$  и  $\hat{\gamma}^{(0)} = \begin{bmatrix} \hat{f}^{(0)} & \hat{\sigma} & \hat{r}_{f^{(0)}} & \hat{a}_{f^{(0)}} \end{bmatrix}$ , найденные в результате поиска совпадений. Основными операциями при построении ВКФ являются вычисления КИ (4), (5), из значений которых при различных  $\tau$  и состоит ВКФ (8).

Вычисление КИ в синтезированном алгоритме имеет некоторые особенности. Рассмотрим их на примере (рис. 3, 4). Пусть в элементе модулирующей последовательности (рис. 3, 4, а, штриховые линии) размещаются 2.25 периода частоты  $f^{(1)}$  (рис. 3, 4, б) и 1.75 периода частоты  $f^{(0)}$  (рис. 3, 4, в). Из-за указанного ранее приращения фазы чирплета за длительность элемента ПСП, равного  $\pm \pi/2$ , вычисление КИ дает различный результат в зависимости от суммарного набег фазы в пределах этого элемента. Без ограничения общности положим, что начальные фазы MSK-сигнала и чирплетов совпадают. В этом случае всю энергию сигнала накапливают действительные части последних<sup>1</sup>.

На основании (5) запишем выражения для КИ относительно действительных частей чирплетов:

$$K_{B_1^1} = \int_{t_3}^{t_3+T_{п}} \xi(t) \text{Re} \left[ d_{\gamma^{(1)}} \right] dt;$$

$$K_{B_0^1} = \int_{t_3}^{t_3+T_{п}} \xi(t) \text{Re} \left[ d_{\gamma^{(0)}} \right] dt,$$

где  $t_3$  – задержка сигнала относительно начала наблюдения.

На рис. 3 изображена ситуация, когда набег фазы сигнала (рис. 3, а, сплошная линия) в пределах элемента ПСП кратен полупериоду. В первом элементе  $q_1 = +1$ , поэтому сигнал представляет

<sup>1</sup> При несовпадении начальных фаз накапливаемая энергия будет распределяться между действительными и мнимыми частями чирплетов в зависимости от сдвига фаз.

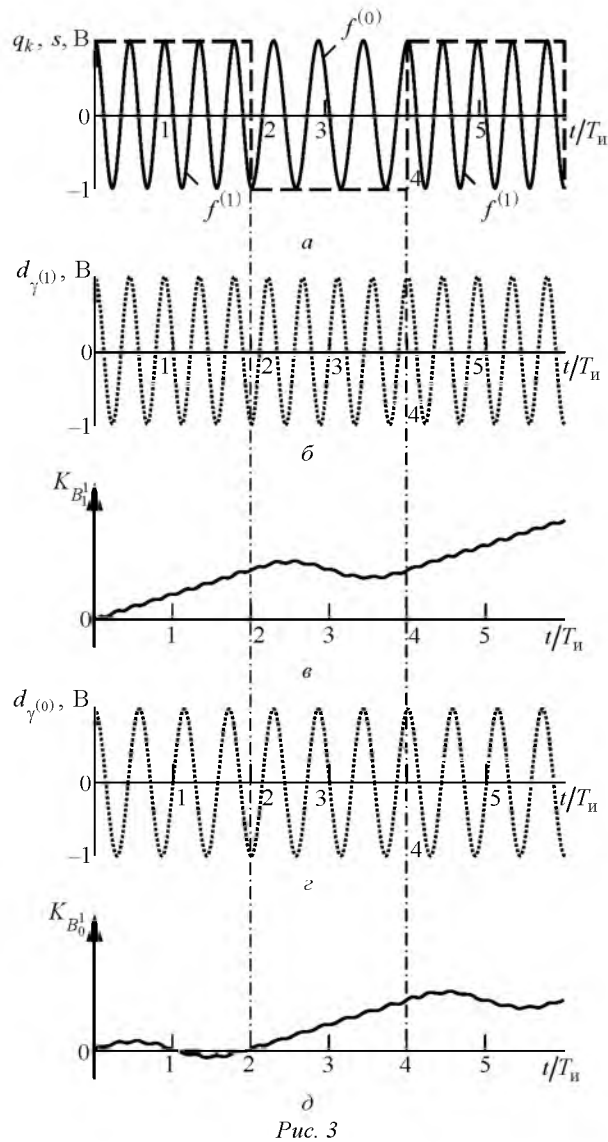


Рис. 3

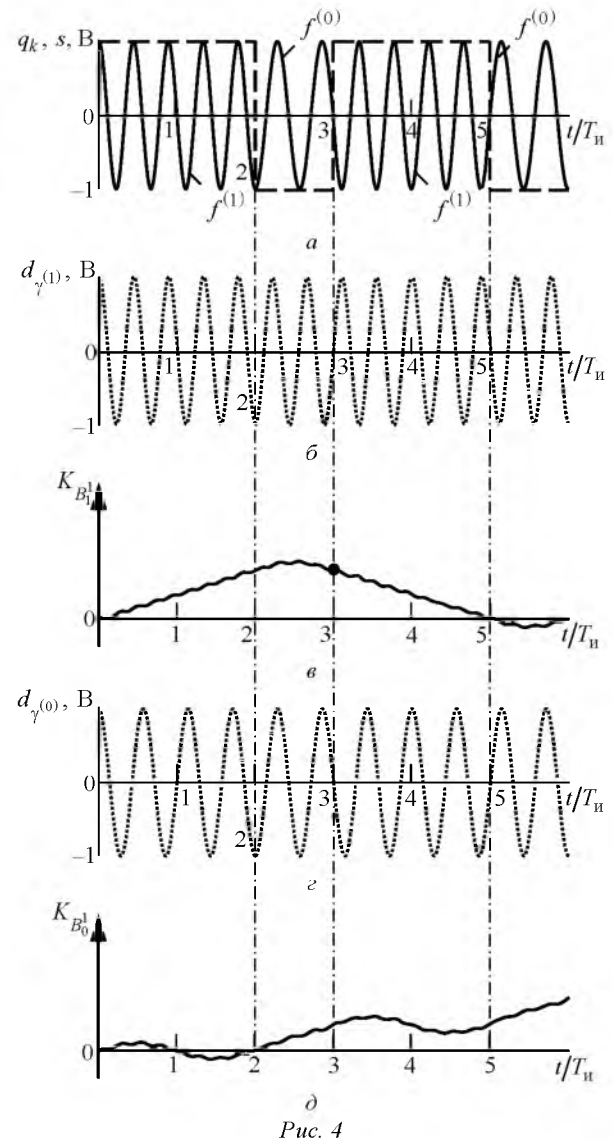


Рис. 4

собой фрагмент синусоиды частоты  $f^{(1)}$ . Он находится в фазе с чирплетом  $d_{\gamma^{(1)}}$ , поэтому значения КИ  $K_{B_1^1}$  в пределах элемента возрастают (рис. 3, е). Напротив, взаимная фаза сигнала и чирплета  $d_{\gamma^{(0)}}$  в пределах этого элемента изменяется, поэтому значения КИ  $K_{B_0^1}$  колеблются относительно нуля (рис. 3, д). Поскольку набег фазы чирплетов за элемент ПСП кратен полупериоду, к окончанию первого элемента фазы как сигнала, так и обоих чирплетов изменятся на  $\pi$ .

В пределах второго элемента ПСП ситуация меняется на противоположную. Теперь  $q_2 = -1$ , в сигнале присутствует синусоида частоты  $f^{(0)}$ , поэтому разность фаз сигнала и чирплета  $d_{\gamma^{(0)}}$

постоянна и равна 0, а разность фаз сигнала и чирплета  $d_{\gamma^{(1)}}$  изменяется. В результате  $K_{B_0^1}$  возрастает, а  $K_{B_1^1}$  колеблется относительно значения, накопленного к началу этого элемента.

Иная ситуация возникает, если интервал неизменного значения ПСП кратен нечетному количеству четвертей периодов чирплетов (рис. 4, а, второй элемент ПСП). Здесь в пределах первого элемента ситуация аналогична рассмотренной ранее, поэтому значения КИ  $K_{B_1^1}$  возрастают (рис. 4, е), а  $K_{B_0^1}$  колеблется около нуля (рис. 4, д). В пределах второго элемента в сигнале КИ  $K_{B_0^1}$  возрастает, а  $K_{B_1^1}$  колеблется около накопленного ранее значения. Однако в конце этого элемента фаза сигнала оказывается противоположной фазе чир-

плета  $d_{\gamma^{(1)}}$ , и это соотношение сохраняется на протяжении всего третьего элемента ПСП. Поэтому КИ  $K_{B_1^1}$  уменьшается, в то время как  $K_{B_0^1}$  вновь колеблется относительно накопленного значения.

Таким образом, в зависимости от длительности отрезков ПСП с постоянным значением возможно как увеличение, так и уменьшение значений КИ, причем обе ситуации свидетельствуют о наличии в сигнале соответствующего чирплета. Определяющим является не направление изменения КИ, а монотонность (в целом) этого изменения в пределах элемента ПСП.

В общем случае рассмотренное изменение направления накопления значений КИ может происходить в КИ, связанных как с действительными, так и с мнимыми частями всех чирплетов. Точки "перелома" (рис. 4, в, круглый маркер) располагаются на границах элементов модулирующей ПСП. Пример корреляционного накопления при начальном смещении фаз чирплетов относительно сигнала на  $\pi/4$  представлен на рис. 5. На начальном участке корреляционная обработка в целом приводит к накоплению значений (рис. 5, 1), однако после точки "перелома" накопление может как продолжиться (рис. 5, 2), так и смениться устойчивым уменьшением значений КИ (рис. 5, 3), причем обе ситуации свидетельствуют о совпадении частоты фрагмента сигнала с частотой соответствующего КИ черплета<sup>2</sup>. Рассмотренная ситуация в алгоритме отслеживается оператором коррекции  $\Delta$ , действие которого основано на фундаментальном свойстве КИ: его значения могут либо возрастать, либо колебаться (в небольших пределах) относительно ранее накопленного значения. В результате корректировки накопление всех КИ происходит по траекториям 1, 3 (рис. 5). Подробное рассмотрение

операции поиска "переломов" и "выпрямления" КИ выходит за рамки настоящей статьи.

Проведено имитационное моделирование синтезированного алгоритма (4)–(9) на сигнале (3) со следующими параметрами:  $f_c = 100$  МГц,  $f^{(1)} = f_c + 1/(4T_{\text{И}}) = 101.25$  МГц,  $f^{(0)} = f_c - 1/(4T_{\text{И}}) = 98.75$  МГц,  $T_{\text{И}} = 6.4$  мкс,  $T_{\text{И}} = 200$  нс, отношение "сигнал/шум"  $\psi = 30$ . Введена задержка сигнала  $t_3 = 3.2$  мкс. Осциллограммы в характерных точках приведены на рис. 6. На рис. 6, а представлен исходный сигнал (3). Рис. 6, б–м представляют результаты расчетов по формулам (4)–(9), предусмотренных алгоритмом. На рис. 6, н показан в увеличенном временном масштабе ход кривой АПС в области максимума  $P_{\text{ps}_{\text{max}}}(\tau)$ , на рис. 6, о – получение оценки  $\hat{\tau}_{\text{ВПС}}$  согласно уравнению

$$\left. \frac{\partial P_{\text{ps}_{\text{m}}}(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\hat{\tau}_{\text{ВПС}}} = 0, \quad (10)$$

где  $P_{\text{ps}_{\text{m}}}(\tau)$  – полиномиальная аппроксимация центрального пика АПВ.

На рис. 7 процессы аппроксимации центрального пика АПВ и оценивания времени прихода сигнала показаны более подробно. Здесь штриховой линией изображена верхняя часть центрального пика АПВ  $P_{\text{ps}}(\tau)$ , круглыми маркерами отмечены точки, по которым строился аппроксимирующий полином (штриховая линия). Здесь же пунктирной линией показана производная этого полинома, по которой определяется  $\hat{\tau}_{\text{ВПС}}$  (10).

Вид АПВ ВПС более детально показан на рис. 8, а. На рис. 8, б для сравнения изображена

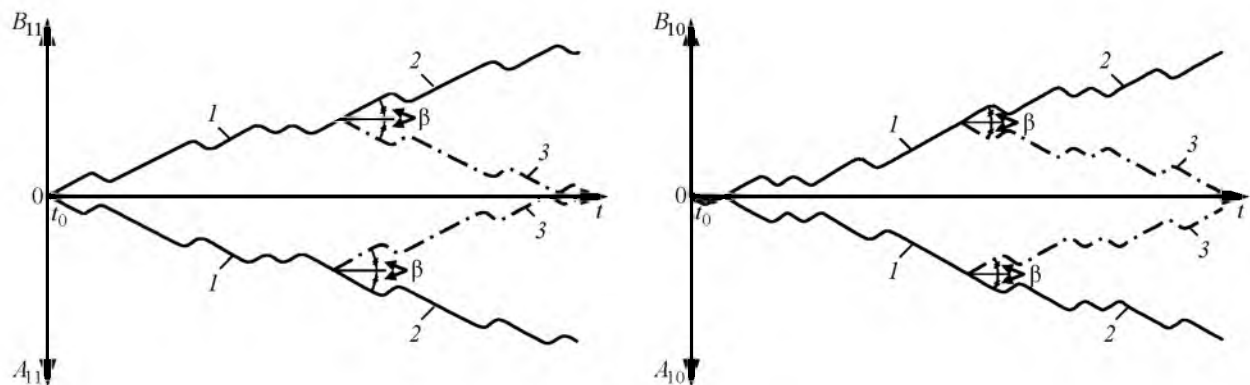


Рис. 5

<sup>2</sup> Наклон траектории значений КИ относительно постоянного значения (угол  $\beta$ ) по модулю сохраняется.



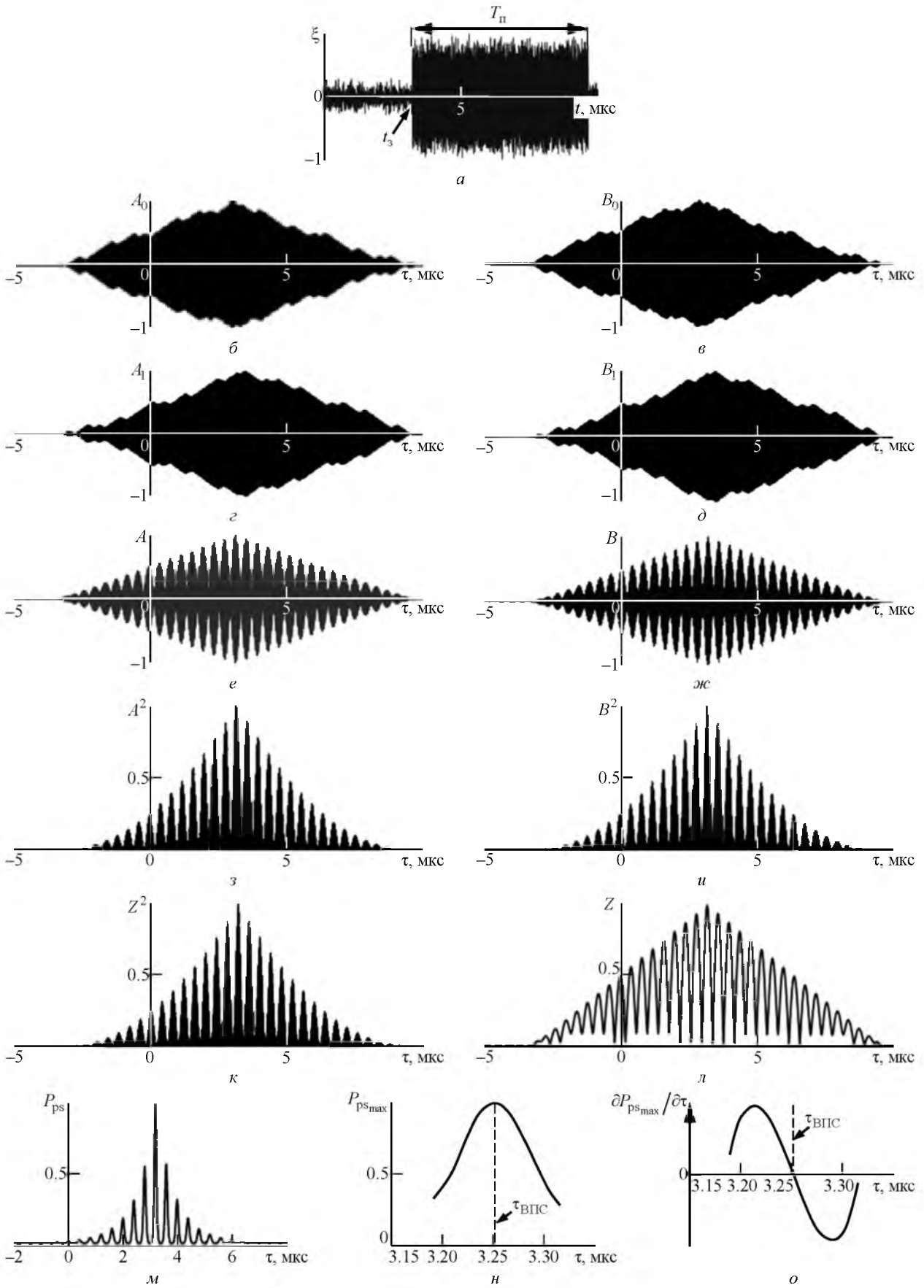


Рис. 6

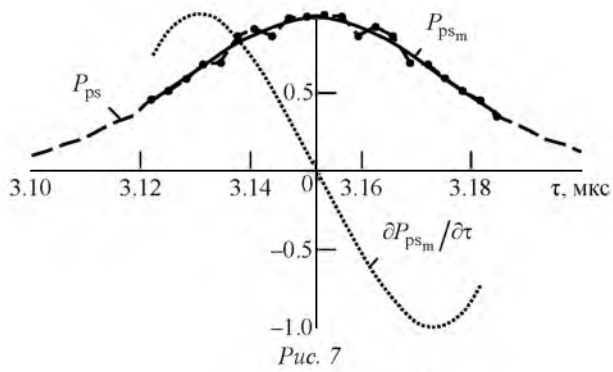
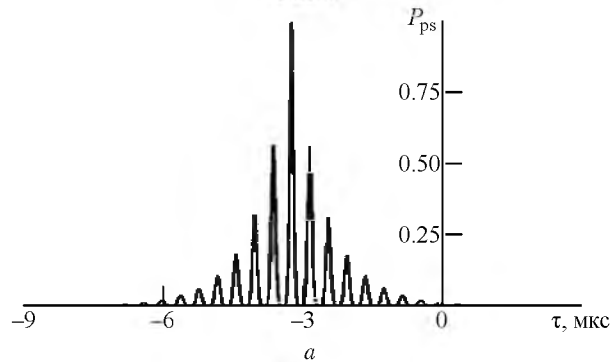
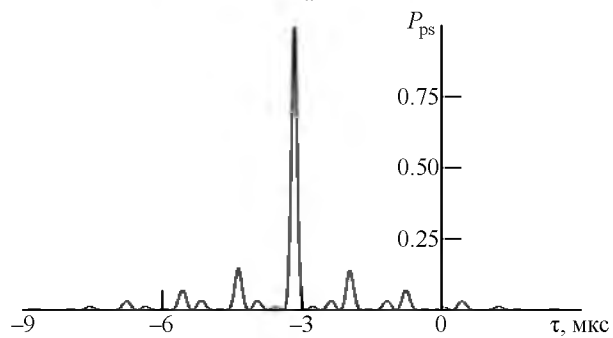


Рис. 7



а



б

Рис. 8

апостериорная плотность вероятности ВЗС, вычисленная традиционным способом для сигналов, принятых в разнесенных пунктах приема, ретранслированных на центральный пункт и совместно обработанных.

Из рис. 8 следует, что АПВ, вычисленная по формулам (4)–(9), имеет более высокий уровень боковых лепестков по сравнению с апостериорной плотностью вероятности, полученной с помощью традиционного алгоритма. Однако центральный пик имеет такую же ширину, как и в классическом случае. Это говорит о том, что точность оценивания ВЗС в обоих случаях должна быть соизмерима, что и подтверждают результаты моделирования, представленные далее.

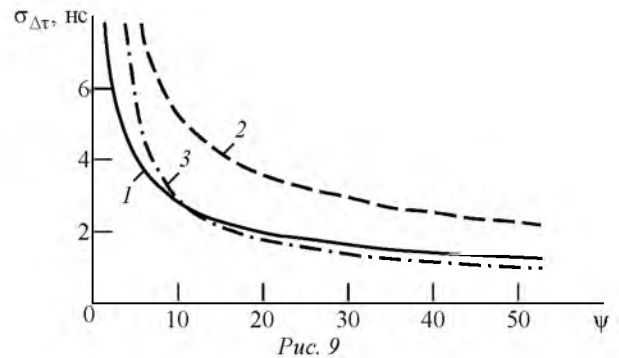


Рис. 9

**Результаты имитационного моделирования.**

С помощью имитационной модели проведены исследования точностных характеристик предложенного алгоритма для MSK-сигналов и сравнение его с известными алгоритмами. При моделировании использовались указанные ранее параметры сигнала и МН-чирплетов.

На рис. 9 приведены зависимости погрешности оценивания взаимной задержки сигналов от отношения "сигнал/шум": 1 – для синтезированного алгоритма; 2 – для алгоритма оценивания по огибающей пакета; 3 – для алгоритма оценивания с ретрансляцией принимаемых сигналов с ПРПП на ЦП. Как следует из рис. 9, по сравнению с алгоритмом оценивания по огибающей пакета синтезированный алгоритм обеспечивает выигрыш по точности от 2 до 10 раз в зависимости от отношения "сигнал/шум". По сравнению с алгоритмом оценивания, предполагающим ретрансляцию сигналов, при большом отношении "сигнал/шум" (больше 20) погрешность синтезированного алгоритма больше в среднем на 35 %. С уменьшением отношения "сигнал/шум" разница постепенно уменьшается, и при значении  $q \approx 12$  погрешности сравниваются. При дальнейшем уменьшении отношения "сигнал/шум" картина меняется и погрешность способа с ретрансляцией сигналов резко возрастает, при этом выигрыш предлагаемого оптимального алгоритма достигает 50 %. Этот факт очень важен, так как РК осуществляется, как правило, при низких отношениях "сигнал/шум". Выигрыш синтезированного алгоритма при низких отношениях "сигнал/шум" объясняется тем, что МЧ генерируются в пунктах приема и в них отсутствуют шумы, в то время как при совместной обработке ретранслированных сигналов оба сигнала зашумлены.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Дубровин А. В. Одноэтапные процедуры и пассивные системы определения координат источников

радиоизлучений: дис. ... д-ра техн. наук / МАИ. М., 2007. 163 с.

2. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
3. Казаринов Ю. М. Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах. М.: Сов. радио, 1975. 296 с.
4. Кравченко В. Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. М.: Радиотехника, 2003. 512 с.
5. Mallat S., Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries // IEEE Trans. Signal Processing. 1993. Vol. SP-41, iss. 12. P. 3397–3415.
6. Dopplerlet Based Time-Frequency Representation via Matching Pursuit / H. Zou, Q. Dai, X. Zhou, Y. Li // J. of Electronics. 2001. Vol. 18, iss. 3. P. 217–227.
7. Mallat S. A wavelet tour of signal processing. 3d ed. Burlington: Academic Press, 2009. 805 p.
8. Кирсанов Э. А., Вагин А. И., Волков Р. А. Применение методов спектрального анализа на основе атомарной декомпозиции для оценивания КИП MSK радиосигналов // Вестн. ВВА. 2014. № 2. С. 227–244.
9. Steady-Motion-Based Dopplerlet Transform: Application to the Estimation of Range and Speed of a Moving Sound Source / H. Zou, Y. Chen, J. Zhu, Q. Dai, G. Wu, Y. Li // IEEE J. of Oceanic Engineering. 2004. Vol. 29, iss. 3. P. 887–905.
10. Acceleration based Dopplerlet transform. Pt. I: Theory / H. Zou, Y. Chen, S. Song, Z. Lui, Y. LI // IEEE Trans. Signal Processing. 2008. Vol. SP-88, iss. 4. P. 934–951.
11. Subspaces of FM<sup>m</sup>let Transform / H. Zou, Q. Dai, K. Zhao, G. Chen, Y. Li // Science in China. Ser. F. 2002. Vol. 45, iss. 2. P. 152–160.
12. Polynomial Chirplet Transform With Application to Instantaneous Frequency Estimation / Z. Peng, G. Meng, Z. Chu, Z. Lang, W. Zhang, Y. Yang // IEEE Trans. on Instrum. and Measurement. 2011. Vol. IM-60, iss. 9. P. 3222–3229.
13. Mann S., Haykin S. The Chirplet Transforms: Physical Considerations // IEEE Trans. on Signal Proc. 1995. Vol. SP-43, iss. 11. P. 2745–2761.
14. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: Основы теории и примеры применения // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166, № 11. С. 1145–1170.

R. A. Volkov

*Cherepovets Higher Military Engineering School of Radio Electronics*

### **The optimal estimation algorithm of coordinate informative parameters MSK signals of packet radio with unknown initial modulation law using matching pursuit and nonlinear chirplet approximation**

*New results on the recently introduced signal processing methods based on matching pursuit and modified nonlinear chirplet approximation are presented. The optimal estimation algorithm for time of arrival of MSK radio signals of packet radio in area distributed receiving points of range difference position location system is developed. The comparison of developed algorithm with known is performed.*

Nonlinear Chirplet Approximation, Matching Pursuit, Atomic Function, Time of Arrival, Mutual Delay of Signals, Correlation Integral, Time Difference of Arrivals System

Статья поступила в редакцию 21 июля 2016 г.

---