



УДК 621.372.543.2

С. А. Кершис

Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет "ЛЭТИ"

Искажение фазочастотной характеристики в многополосовых фильтрах с конечным числом реактивных элементов¹

Рассмотрена фазочастотная характеристика многополосового фильтра с конечным числом реактивных элементов. Получена зависимость группового времени запаздывания фильтра от количества реактивных элементов, а также от взаимного расположения полос пропускания фильтра.

Многополосовой фильтр, реактивные элементы, фазочастотная характеристика, групповое время запаздывания

В настоящее время многие терминалы систем телекоммуникаций поддерживают сразу несколько популярных стандартов связи, таких, как GSM, WLAN, LTE и др. [1]–[4]. В связи с этим весьма актуальным является создание многополосовых фильтров и диплексоров, предназначенных для фильтрации и разделения сигналов на несколько диапазонов частот. Известны многочисленные публикации, посвященные синтезу многополосовых (чаще, двухполосовых) фильтров. Такие фильтры могут быть выполнены в виде каскадного соединения полосно-пропускающих и полосно-заграждающих фильтров, комбинированием нескольких однополосных фильтров и двух мультиплексоров на входе и на выходе для разделения и объединения сигналов, фильтров на основе многочастотных резонаторов и др. [5]–[8]. Однако в известных работах не приводятся данные о свойствах фазочастотных характеристик (ФЧХ) и частотных характеристик группового времени запаздывания (ГВЗ) многополосовых фильтров, особенно с конечным числом реактивных элементов.

В работе [9] приведены результаты анализа фазочастотных характеристик идеальных многополосовых фильтров с бесконечным числом реактивных элементов.

В настоящей статье рассмотрены ФЧХ многополосовых фильтров с конечным числом реактивных элементов и приведены результаты расчета ФЧХ двухчастотного фильтра в зависимости от его порядка.

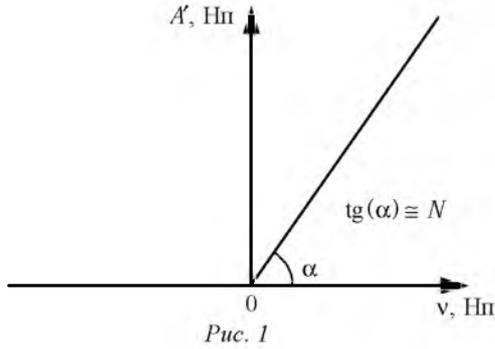
Фазовая и временная характеристики многополосового фильтра. В работе [10] получены выражения, описывающие ФЧХ фильтра нижних частот, имеющего характеристику Баттерворта, при конечном числе N реактивных элементов. Функция затухания такого фильтра в логарифмическом масштабе описывается следующим образом:

$$A'(\Omega) = \begin{cases} 0, & \Omega \leq \Omega_{\text{ср}}; \\ \ln A(\Omega) - \ln A(\Omega_{\text{ср}}), & \Omega > \Omega_{\text{ср}}, \end{cases}$$

где A – затухание; Ω – круговая частота; $\Omega_{\text{ср}}$ – круговая частота среза фильтра. Приведенная характеристика представлена на рис. 1 в виде зависимости $A'(v)$, где $v = \ln(\Omega/\Omega_{\text{ср}})$. В таком масштабе тангенс угла наклона функции затухания α определяется порядком полиномиального фильтра N при баттервортовской аппроксимации АЧХ.

Для минимально-фазовых цепей, которыми чаще всего являются полиномиальные фильтры, существует взаимосвязь между ФЧХ и функцией затухания (см. рис. 1) [11]:

¹ Статья выполнена в рамках работы "Проведение научно-исследовательских работ" базовой части Государственного задания Минобрнауки России № 2014/187 (код проекта 1031).



$$\varphi = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dA(v)}{dv} \ln \left(\operatorname{cth} \left| \frac{v}{2} \right| \right) dv. \quad (1)$$

С использованием (1) получено выражение, описывающее поведение ФЧХ фильтра-прототипа нижних частот в полосе пропускания [10]:

$$\varphi(\Omega) = -(N/\pi) F(\Omega/\Omega_{\text{ср}}), \quad (2)$$

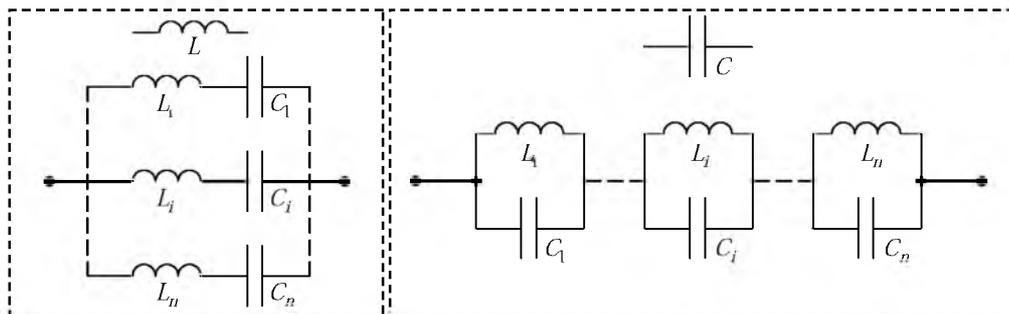
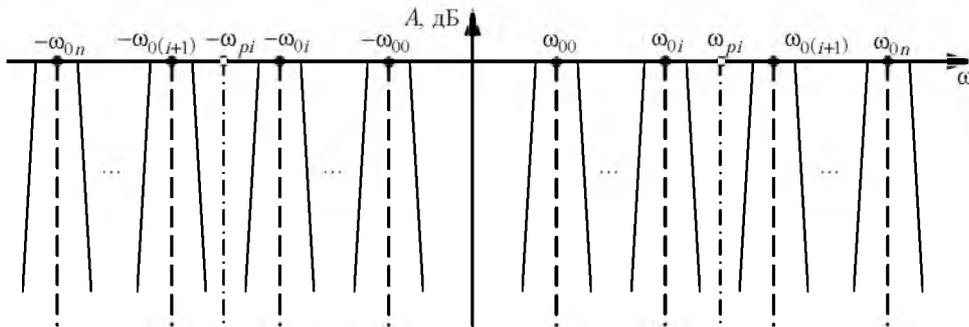
где

$$F(x) = \int \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \frac{1}{x} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)^2}. \quad (3)$$

Для определения первообразной в (3) использовано разложение подынтегральной функции в степенной ряд [12]:

$$\ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \frac{1}{x} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{2k+1}. \quad (4)$$

АЧХ многополосового фильтра с характеристикой Баттерворта (рис. 2) получим, применив



многополосное реактансное преобразование частоты, предложенное в [13]:

$$\Omega = \beta \frac{\prod_{i=1}^n (\omega^2 - \omega_{0i}^2)}{\omega \prod_{i=1}^{n-1} (\omega^2 - \omega_{pi}^2)}, \quad (5)$$

где $\beta = \Delta\Omega / \sum_{i=1}^n \Delta\omega_i$ – коэффициент преобразова-

ния ширины полосы пропускания фильтра-прототипа нижних частот в суммарную полосу многополосового фильтра ($\Delta\omega_i$ – ширина i -й полосы пропускания); ω_{0i} – центральные частоты полос пропускания фильтра; $\omega_{pi} = \sqrt{\omega_{0i}\omega_{0(i+1)}}$ – полюсы реактансной функции.

При синтезе многополосных фильтров на основе замены частотной переменной в соответствии с выражением (5) каждый компонент фильтра-прототипа нижних частот (емкости и индуктивности) заменяется резонансными контурами, добротность которых определяется как $Q_i = \omega_{0i}/\Delta\omega_i$. Индуктивности фильтра-прототипа заменяются параллельным соединением последовательных контуров, а конденсаторы – последовательным соединением параллельных контуров (рис. 3).

На основе (2) и (5) запишем выражение для ФЧХ многополосового фильтра Баттерворта с конечным числом реактивных элементов:

$$\varphi(\omega) = \frac{N}{\pi} F \left[\frac{\prod_{i=1}^n (\omega^2 - \omega_{0i}^2)}{\prod_{i=1}^{n-1} \omega (\omega^2 - \omega_{pi}^2) \sum_{i=1}^n \Delta\omega_i} \right]. \quad (6)$$

ФЧХ двухполосового фильтра. Частным случаем многополосного фильтра является двухполосный, крайне популярный в современных телекоммуникационных системах связи. Проведем расчет ФЧХ такого фильтра, исследуем влияние взаимного расположения центральных частот полос пропускания фильтра на искажение ФЧХ и группового времени задерживания (ГВЗ) в одной из полос пропускания, экстраполируем эти результаты на вторую полосу. Используя выражение (5), выполним расчет характеристик ФЧХ и ГВЗ для случая двухчастотного фильтра ($n=2$). Для решения поставленной задачи положим ширины полос пропускания равными, а разнос центральных частот

нормируем на ширину полосы пропускания. Тогда выражение (6) преобразуется к виду

$$\varphi(\omega) = -\frac{N}{\pi} F \left[\frac{(\omega^2 - \omega_{01}^2)(\omega^2 - \omega_{02}^2)}{(\omega^2 - \omega_{p1}^2)\omega} \frac{1}{2\Delta\omega} \right], \quad (7)$$

причем $\omega_{01} = 2\pi f_{01}$, $\omega_{02} = 2\pi f_{02}$, $\omega_{p1} = 2\pi f_{p1} = 2\pi\sqrt{f_{01}f_{02}}$, а полосы пропускания $\Delta\omega_1 = \Delta\omega_2 = \Delta\omega = 2\pi\Delta f$.

На рис. 4 представлены графики ФЧХ (сплошные линии) и ГВЗ (штриховые линии) для двухполосного фильтра третьего порядка ($N=3$) при следующих значениях параметров: ширина полос пропускания $\Delta f = 50$ МГц, центральная частота первой полосы $f_{01} = 500$ МГц, центральная частота второй полосы $f_{02} = f_{01} + q\Delta f = (500 + 50q)$ МГц, где q – расстояние между полосами пропускания, нормированное на ширину этих полос. Полосы пропускания фильтра на рис. 4 показаны серой заливкой.

При большом разnose центральных частот полос пропускания ($q=5$) (см. рис. 4, а) искажение ФЧХ в полосах пропускания пренебрежимо мало, сохраняется симметрия относительно нуля передачи двухполосного фильтра $f_{p1} = 638$ МГц, а ГВЗ имеет минимальные значения на центральных частотах $f_{01} = 500$ МГц и $f_{02} = 750$ МГц, причем в каждой полосе пропускания симметрично возрастает к ее краям.

Рассмотренная ситуация сохраняется при сближении полос пропускания вплоть до значения $q=2$ (см. рис. 4, б), при котором между полосами пропускания имеется полоса задерживания равной им ширины Δf . Это значение является граничным: при дальнейшем уменьшении разноса полосы влияют друг на друга.

Отследить ухудшение ФЧХ на рис. 4, б затруднительно, однако это можно сделать по производной ФЧХ – ГВЗ. В отличие от предыдущего случая (см. рис. 4, а) частотные зависимости ГВЗ в полосах пропускания уже не обладают симметрией: их минимумы смещаются к внешним границам полос пропускания, и экстремумы уменьшаются, что связано с изменением наклона ФЧХ в результате влияния полос друг на друга.

При дальнейшем сближении центральных частот до $q=1.1$ (см. рис. 4, в) искажения ФЧХ и ГВЗ становятся более очевидными. В этом случае спадающие фронты полос пропускания двухполосного

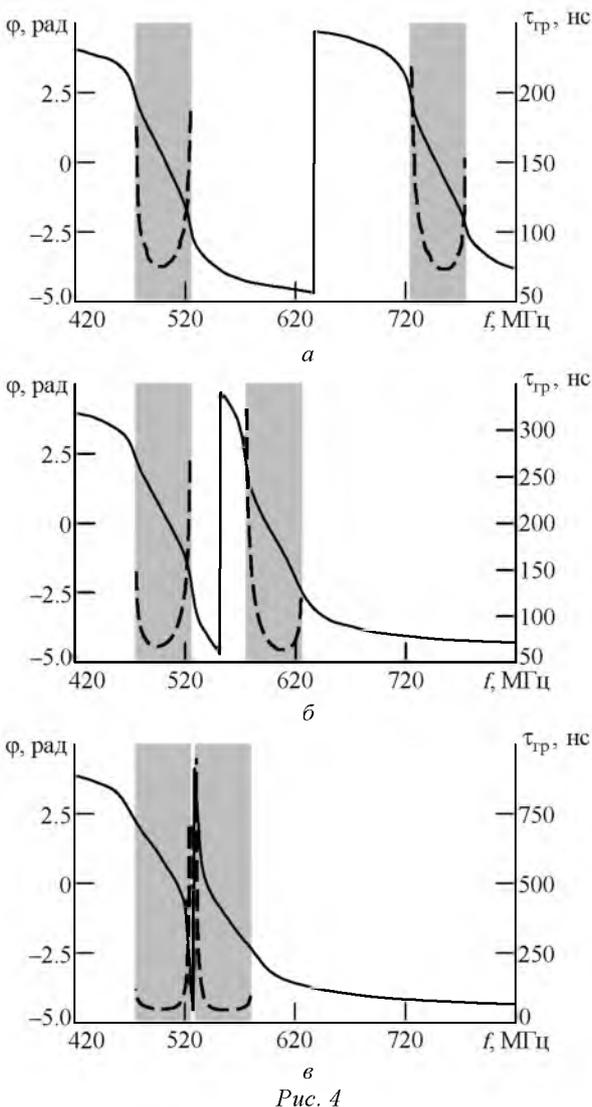


Рис. 4

фильтра (см. рис. 2) соприкасаются, что приводит к изменению функции затухания фильтра и, как следствие, к искажению ФЧХ. Симметрия ФЧХ сохраняется только до частоты $f_{p1} = 529$ МГц, после которой ФЧХ изменяет знак. Изменение наклона ФЧХ в полосах пропускания приводит к сужению ее линейного участка и к резкому возрастанию ГВЗ на границах полос. Эти эффекты проявляются тем сильнее, чем выше порядок фильтра прототипа N .

Зависимость неравномерности ГВЗ в отдельной полосе пропускания от количества реактивных элементов фильтра-прототипа показана на рис. 5, построенном для $q = 1.2$. Из рисунка следует, что постоянство ГВЗ проявляется для малых порядков фильтра (см. кривую при $N = 3$), что вытекает из (6), (7), где имеется прямая зависимость наклона ФЧХ от числа реактивных элементов в составе фильтра прототипа. С увеличением порядка фильтра значение ГВЗ возрастает, а ее плоский участок сужается, что ограничивает возможности обработки сложных широкополосных

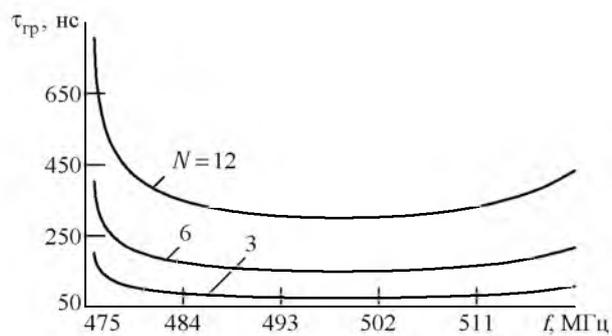


Рис. 5

сигналов, использующих амплитудно-фазовую модуляцию с уплотнением спектра. На выходе фильтра с нелинейной ФЧХ, причиной которой могут стать близкое расположение полос пропускания двухполосного фильтра или высокий порядок фильтра-прототипа, будет формироваться искаженный сигнал, на восстановление которого потребуются дополнительные вычислительные ресурсы. Необходимо отметить, что указанная ошибка детерминирована и может быть устранена цифровыми частотными эквалайзерами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Zargari M. A single-chip dual-band tri-mode CMOS transceiver for IEEE 802.11 a/b/g wireless LAN // IEEE J. solid-state circuits. 2004. Vol. 39, № 12. P. 2239–2249.
- Mogoon R. A single-chip quad-band (850/900-/1800/1900 MHz) direct conversion GSM/GPRS RF transceiver with integrated VCOs and fractional-N synthesizer // IEEE J. of solid-state circuits. 2002. Vol. 37, № 12. P. 1710–1720.
- Springer A., Maurer L., Weigel R. RF system concepts for highly integrated RFICs for W-CDMA mobile radio terminals / IEEE Trans. microwave theory tech. 2002. Vol. MTT-50, № 1. P. 254–267.
- Shi Z., Rofougaran R. A single-chip and multimode 2.4/5 GHz transceiver for IEEE 802.11 wireless LAN // Proc. of 200 3rd Int. conf. on microwave and millimeter wave technologies. 17–19 Aug 2002, Beijing, China / Piscataway: IEEE, 2002. P. 229–232.
- Кершис С. А. Многочастотные резонаторы и фильтры на их основе // Изв. СПбГЭТУ "ЛЭТИ". 2012. Вып. 9. С. 3–7.
- Hsu C. L., Kua J. T. Design of microwave dual-band filters using a double-duplexing configuration // Proc. Asia-Pacific microwave conf. 12–15 Dec. 2006, Pasifico Yokogama / IEICE. Tokyo, Japan, 2006. P. 1241–1244.
- Kim C. H., Chang K. Independently controllable dual-band bandpass filters using asymmetric stepped-impedance resonators // IEEE Trans. microwave theory tech. 2011. Vol. MTT-59, № 12. P. 3037–3047.
- Design of the compact dual-band bandpass filter with high isolation for GPS/WLAN applications / Y. C. Chang, C. H. Kao, M. H. Weng, R. Y. Yang // IEEE microwave wireless compon. lett. 2009. Vol. 19, № 12. P. 780–782.
- Головков А. А., Кершис С. А. Частотные характеристики фазы и группового времени задержки многополосовых фильтров // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 5. С. 14–17.
- Похвалин А. А. Предельные характеристики управляемых линий задержки на основе фильтров нижних частот // Изв. СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2005. Вып. 2. С. 31–35.
- Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 472 с.
- Чавка Г. Г. Многополосовое преобразование частоты // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. 1968. Вып. 12. С. 1315–1318.

S. A. Kershish
Saint-Petersburg state electrotechnical university "LETI"

Distortions in phase response of multiband filters with finite number of reactive elements

Phase responses of multiband filters with finite number of reactive elements are investigated in this letter. An analytic expression of multiband filter group delay in dependence on reactive elements and location of filter bands relative to each other is examined as well.

Multiband filter, reactive elements, phase response, group delay

Статья поступила в редакцию 14 декабря 2013 г.