

8. А. с. 1015757 СССР, МПК⁶ G01S7/36. Устройство подавления пассивных помех / Д. И. Попов. Опубл. 27.11.1998. Бюл. № 33.

9. А. с. 1098399 СССР, МПК⁶ G01S7/36. Устройство адаптивной режекции пассивных помех / Д. И. Попов. Опубл. 20.12.1998. Бюл. № 35.

10. Пат. RU 2165627 C1, МПК⁷ G01R25/00. Доплеровский фазометр многочастотных сигналов / Д. И. Попов, А. Г. Белокрылов. Опубл. 20.04.2001. Бюл. № 11.

11. Попов Д. И., Белокрылов А. Г. Синтез обнаружителей-измерителей многочастотных сигналов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2001. Т. 44, № 11. С. 33–40.

12. Пат. RU 2166772 C1, МПК⁷ G01S13/58. Обнаружитель-измеритель многочастотных сигналов / Д. И. Попов, А. Г. Белокрылов. Опубл. 10.05.2001. Бюл. № 13.

D. I. Popov

Ryazan state radio engineering university

Measurement of target radial velocity

The multichannel and single-channel measuring instruments of target radial velocity with use multifrequency signals at presence correlated and non-correlated handicapes are synthesized. The analysis of the synthesized measuring instruments of target radial velocity is carried out.

Measurement of coordinates, multifrequency signals, clutter, target radial velocity

Статья поступила в редакцию 30 декабря 2014 г.

УДК 621.396.96

В. М. Артюшенко

Технологический университет (Королев)

В. И. Воловач

Поволжский государственный университет сервиса (Тольятти)

Оценка точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированной аддитивной помехи при непрерывной обработке¹

Рассмотрена оценка точности измерения параметров сигнала, несущих информацию о движении протяженных объектов, на фоне коррелированной аддитивной помехи, имеющей в общем случае негауссовский характер распределения, при непрерывной обработке сигнала. Получены выражения для оценки точности измерения информационных параметров сигнала в указанных условиях. Показано, что учет корреляционных свойств и негауссовского характера аддитивной помехи позволяет значительно повысить точность измерения информационных параметров. Показано, что по сравнению с дискретной обработкой, непрерывная обработка при прочих равных условиях позволяет получить более точные оценки измеряемых параметров.

Радиотехнические устройства ближнего действия, протяженный объект, аддитивная коррелированная негауссовская помеха, информационные параметры сигнала

Измерения (оценки) параметров сигналов, несущих информацию о движении объектов, в радиолокации являются традиционными и весьма подробно рассмотрены в [1], [2] и др. Достаточно хорошо изучены вопросы радиолокационного измерения точечных [3], [4] и отчасти сложных дискретных [5], [6] целей. Вместе с тем многие аспек-

ты, связанные с измерением параметров сигнала, несущих информацию о движении объектов, находящихся на относительно небольших расстояниях от радиолокационных измерителей, еще недостаточно изучены и имеют ряд специфических особенностей как теоретического, так и практического характера [7]–[10].

¹ Статья выполнена в рамках фундаментальной НИР, финансируемой из средств Минобрнауки (Государственное задание на 2014, 2015 гг., код 226).

В большинстве работ, посвященных оценке параметров сигналов, считалось, что на полезный сигнал воздействует аддитивная помеха, как правило, с гауссовской плотностью распределения вероятности (ПРВ). Однако, как показывают проведенные исследования [11]–[17], принимаемый измерителем сигнал подвержен воздействию аддитивных помех, имеющих ярко выраженный негауссовский характер. Для радиолокации, радионавигации, телеметрии, радиоизмерительной техники представляет значительный интерес получение оптимальной оценки параметров обрабатываемых сигналов при наличии помех с произвольной ПРВ.

Для достижения наивысшей точности измерения информационных параметров необходимо оценить их оптимальным образом. Методы оптимальной оценки параметров сигнала базируются на положениях математической статистики и теории нелинейной фильтрации [1], [18].

Пусть сигнал содержит совокупность информационных параметров $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_m\}$ [19], [20], подлежащих измерению (оцениванию), причем на интервале наблюдения $[0, T]$ эти параметры остаются неизменными. Оценим указанные параметры по методу максимума апостериорной ПРВ (АПРВ). Для определения количественных оценок используем нижние границы неравенства Крамера–Рао [18].

В рассмотренном случае оцениваются только неэнергетические информационные параметры полезного сигнала. При этом оценки являются функциями достаточных статистик и обладают асимптотическими свойствами состоятельности, как правило, несмещенности и нормальности.

Оценка точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированной аддитивной помехи при непрерывной обработке. Рассмотрим формирование оптимальных оценок информационных параметров $\hat{\lambda}$ полезного сигнала $s(\lambda, t)$, $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_m\}$, на фоне коррелированной, в общем случае негауссовской аддитивной помехи $n(t)$ при непрерывной обработке принимаемой смеси

$$y(t) = s(\lambda, t) + n(t).$$

Рассмотрим одновременное измерение частоты ω , ее производной ω' и фазы φ полезного сигнала:

$$s(\lambda, t) = U_m \sin[(\omega + 0.5\omega't)t + \varphi] \quad (1)$$

(U_m – амплитуда полезного сигнала), несущих информацию о параметрах движения лоцируемого объекта.

Будем считать, что параметры оцениваются на интервале наблюдения $[0, T]$, причем моменты времени, соответствующие началу и концу обработки сигнала, точно известны и совпадают с границами интервала наблюдения.

Для одновременной оценки информационных параметров сигнала на фоне гауссовской помехи воспользуемся методикой, изложенной в [21].

Для удобства дальнейшего анализа представим полезный сигнал в виде

$$s(\lambda, t) = U_m \exp\left[i(\lambda_3 + \lambda_1 t + \lambda_2 t^2)\right], \quad (2)$$

где $\lambda_3 = \varphi$; $\lambda_1 = \omega$; $\lambda_2 = \omega'$.

При оценке информационных параметров по максимуму АПРВ должны выполняться условия [18]:

$$\begin{aligned} dW_y(\lambda)/d\lambda_1 \Big|_{\lambda_1=\hat{\lambda}_1} &= 0; \quad dW_y(\lambda)/d\lambda_2 \Big|_{\lambda_2=\hat{\lambda}_2} = 0; \\ dW_y(\lambda)/d\lambda_3 \Big|_{\lambda_3=\hat{\lambda}_3} &= 0, \end{aligned}$$

где $W_y(\lambda)$ – апостериорная ПРВ.

Нижняя граница неравенства Крамера–Рао для дисперсии несмещенных совместных оценок параметров полезного сигнала $\lambda = \{\varphi, \omega, \omega'\}$ запишется как [22]

$$\sigma_{\lambda_{ij}}^2 \geq |J_{ij}|/|J|, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где $|J_{ij}|$ – алгебраическое дополнение элемента J_{ij} информационной матрицы Фишера $\|J\|$; $|J|$ – определитель матрицы $\|J\|$ [23].

Элементы матрицы определяются соотношением

$$J_{ij} = \sum_{h=1}^H \frac{dk(\hat{\lambda}, t_h)}{d\lambda_i} \frac{ds(\hat{\lambda}, t_h)}{d\lambda_j} + J_{ij\lambda}, \quad (4)$$

где $H =]T/\Delta[$ – количество измерений на интервале наблюдения T ; $\Delta = t_h - t_{h-1}$ – интервал взятия временных отсчетов; t_1 – момент начала измерения; $J_{ij\lambda}$ – элемент матрицы Фишера [16],

[22], [24], составленной для параметра λ_i без учета его статистической связи с остальными оцениваемыми параметрами. Производные по параметрам $dk(\cdot)/d\lambda_i$, $ds(\cdot)/d\lambda_j$ ($i, j = 1, 2, 3$)

определяются при $\lambda = \hat{\lambda}$.

¹ Здесь и далее штрих у обозначения переменной указывает на производную по времени.

Производная $dk(\lambda, t_1, t_h)/d\lambda_i$ является решением уравнения

$$\sum_{h=1}^H R_{\Pi}(t_h - t_{h-1})k(\lambda, t_1, t_h)\Delta = s(\lambda, t_h),$$

где $R_{\Pi}(t_h - t_{h-1})$ – корреляционная функция помехи.

Для оптимальной оценки параметров сигнала $s(\lambda, t)$ следует оценить корреляционные моменты воздействующей помехи $n(t)$, что, как правило, не представляет труда.

Основная трудность связана с нахождением импульсной характеристики оптимального фильтра k_{λ} , формирующего оптимальную оценку $\hat{\lambda}$, определяемую из решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода [18]:

$$\int_0^T R_{\Pi}(t_1, t)k_{\lambda}(t) dt = s(\lambda, t). \quad (5)$$

Указанная характеристика может быть найдена в замкнутом виде лишь в некоторых частных случаях. Так, если воздействующая помеха является стационарным процессом с корреляционной функцией

$$R_{\Pi}(\tau) = \sigma_{\Pi}^2 \exp[-\Omega_{\Pi}|\tau|], \quad (6)$$

где σ_{Π} – среднеквадратическое отклонение помехи; Ω_{Π} – ширина полосы частот, занимаемая аддитивной помехой; τ – интервал корреляции, то известное решение [18] интегрального уравнения (5) имеет вид

$$\begin{aligned} k_{\lambda}(t) = & \frac{\Omega_{\Pi}}{2\sigma_{\Pi}^2} \left[s(\lambda, t) - \frac{s''(\lambda, t)}{\Omega_{\Pi}^2} \right] + \\ & + \frac{1}{\sigma_{\Pi}^2} \left[s(\lambda, 0) - \frac{s'(\lambda, 0)}{\Omega_{\Pi}} \right] \delta(t) + \\ & + \frac{1}{\sigma_{\Pi}^2} \left[s(\lambda, T) - \frac{s'(\lambda, T)}{\Omega_{\Pi}} \right] \delta(t - T), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\delta(\cdot)$ – δ -функция.

Если помеха является стационарным узкополосным процессом с корреляционной функцией

$$\begin{aligned} R_{\Pi}(\tau) = & \sigma_{\Pi}^2 \exp[-\Omega_{\Pi}|\tau|] \times \\ & \times [\cos \omega_1 \tau + (\Omega_{\Pi}/\omega_1) \sin \omega_1 |\tau|], \end{aligned}$$

где $\omega_1 = \omega_0^2 - \Omega_{\Pi}^2$ (ω_0 – частота несущей полезного сигнала), то решение уравнения более громоздко и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} k_{\lambda}(t) = & \frac{1}{2\sigma_{\Pi}^2 \Omega_{\Pi} \omega_0^2} \times \\ & \times \left[\frac{d^4 s(\lambda, t)}{d\lambda_j^4} + (2\omega_0^2 - \Omega_{\Pi}^2) \frac{d^2 s(\lambda, t)}{d\lambda_j^2} + \omega_0^4 s(\lambda, t) \right] + \\ & + \frac{1}{\sigma_{\Pi}^2 \Omega_{\Pi} \omega_0^2} \left\{ \left[\frac{d^3 s(\lambda, 0)}{d\lambda_j^3} + (\omega_0^2 - \Omega_{\Pi}^2) s'(\lambda, 0) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \Omega_{\Pi} \omega_0^2 s(\lambda, T) \right] \delta(t - T) + \right. \\ & \left. + \left[\frac{d^2 s(\lambda, 0)}{d\lambda_j^2} + \Omega_{\Pi} s'(\lambda, 0) + \omega_0^2 s(\lambda, 0) \right] \delta'(t) + \right. \\ & \left. + \left[-\frac{d^2 s(\lambda, 0)}{d\lambda_j^2} + \Omega_{\Pi} s'(\lambda, T) - \omega_0^2 s(\lambda, T) \right] \delta'(t - T) \right\}, \end{aligned}$$

где $\Omega_{\Pi 0} = 2\Omega_{\Pi}$.

Дельта-функции $\delta(\cdot)$ и их производные учитывают краевые условия: значения полезного сигнала, поступающего на вход радиолокационного измерителя, и его производных на границах интервала наблюдения, т. е. в точках $t = 0$ и $t = T$.

Если при всех возможных значениях векторного информационного параметра λ полезный сигнал на границах интервала наблюдения равен нулю, то коэффициенты при дельта-функции и ее производных равны нулю.

Рассмотрим методы формирования оптимальных оценок частоты ω , ее производной ω' и фазы ϕ сигнала $s(\lambda, t)$ (1) при непрерывном наблюдении для случая, когда аддитивная помеха $n(t)$ имеет экспоненциальную корреляционную функцию (6).

Примем описание сигнала в виде (2) и считаем, что на границах интервала наблюдения $[0, T]$ он равен нулю. Тогда на основании (7) получим весовую функцию в виде

$$k_{\lambda}(t) = \left[\Omega_{\Pi} / (2\sigma_{\Pi}^2) \right] \left[s(\lambda, t) - s''(\lambda, t) / \Omega_{\Pi}^2 \right].$$

Вычислим производные импульсной характеристики по информационным параметрам:

$$\frac{\partial k_{\lambda}(t)}{\partial \lambda_i} = \frac{d \left[s(t) - s'(\lambda, t) / \Omega_{\Pi}^2 \right]}{d\lambda_i}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Обозначив

$$s_{\Pi}(\lambda, t) = s(\lambda, t) / U_m = \exp \left[-i(\lambda_3 + \lambda_1 t + \lambda_2 t^2) \right]$$

и определив вспомогательные производные, запишем:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial k_{\lambda}(t)}{\partial \lambda_1} = -its_{\text{H}}(\lambda, t) + \\ & + \frac{s_{\text{H}}(\lambda, t)}{\Omega_{\text{H}}^2} \left[-it\lambda_2 + 2(\lambda_1 + \lambda_2 t) - it(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right]; \\ & \frac{\partial k_{\lambda}(t)}{\partial \lambda_2} = -\frac{it^2}{2}s_{\text{H}}(\lambda, t) + \frac{s_{\text{H}}(\lambda, t)}{\Omega_{\text{H}}^2} \times \\ & \times \left[-i + \frac{\lambda_2 t^2}{2} + 2t(\lambda_1 + \lambda_2 t) - \frac{it^2}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right]; \\ & \frac{\partial k_{\lambda}(t)}{\partial \lambda_3} = -is_{\text{H}}(\lambda, t) + \frac{s_{\text{H}}(\lambda, t)}{\Omega_{\text{H}}^2} \left[\lambda_2 - i(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right]. \end{aligned}$$

Воспользовавшись соотношением [21]

$$J_{ij} = A \int_0^T \frac{\partial k(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s(\lambda, t)}{\partial \lambda_j} dt,$$

где $A = \Omega_{\text{H}} U_m^2 / (2\sigma_{\text{H}}^2)$, определим параметры информационной матрицы Фишера (4).

Проведя необходимые преобразования, получим:

$$\begin{aligned} J_{11} &= A \int_0^T \left\{ t^2 + \Omega_{\text{H}}^{-2} \times \right. \\ & \times \left[t^2 \lambda_2 + 2it(\lambda_1 + \lambda_2 t) + t^2(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \left. \right\} dt; \\ J_{12} &= A \int_0^T \left\{ \frac{t^3}{2} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \times \right. \\ & \times \left[\frac{t^3 \lambda_2}{2} + it^2(\lambda_1 + \lambda_2 t) + \frac{t^3}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \left. \right\} dt; \\ J_{13} &= A \int_0^T \left\{ t + \Omega_{\text{H}}^{-2} \times \right. \\ & \times \left[t\lambda_2 + 2i(\lambda_1 + \lambda_2 t) + t(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \left. \right\} dt; \\ J_{21} &= A \int_0^T \left\{ \frac{t^3}{2} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \times \right. \\ & \times \left[t + i\frac{\lambda_2 t^3}{2} + 2it^2(\lambda_1 + \lambda_2 t) + \frac{t^3}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \left. \right\} dt; \\ J_{22} &= A \int_0^T \left\{ \frac{t^4}{4} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \times \right. \\ & \times \left[\frac{t^2}{2} + i\frac{\lambda_2 t^4}{4} + it^3(\lambda_1 + \lambda_2 t) + \frac{t^4}{4}(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \left. \right\} dt; \\ J_{23} &= A \int_0^T \left\{ \frac{t^2}{2} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \times \right. \\ & \times \left[1 + i\frac{\lambda_2 t^2}{2} + 2it(\lambda_1 + \lambda_2 t) + \frac{t^2}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \left. \right\} dt; \end{aligned}$$

$$J_{31} = A \int_0^T \left\{ t + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left[i\lambda_2 t + t(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \right\} dt;$$

$$J_{32} = A \int_0^T \left\{ \frac{t^2}{2} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left[i\frac{\lambda_2 t^2}{2} + \frac{t^2}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \right\} dt;$$

$$J_{33} = A \int_0^T \left\{ 1 + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left[i\lambda_2 + (\lambda_1 + \lambda_2 t)^2 \right] \right\} dt.$$

Для квазигармонического по отношению к помехе сигнала (при $\lambda_2/\Omega_{\text{H}}^2 \ll 1$) интегралы в полученных соотношениях могут быть вычислены в замкнутой форме. После математических преобразований получим:

$$J_{11} = A \left[\frac{1}{2} T^3 + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^5}{5} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 T^4}{2} + \frac{1}{3} \frac{\lambda_1^2 T^3}{3} \right) \right];$$

$$J_{12} = A \left[\frac{T^4}{8} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^6}{12} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 T^5}{5} + \frac{\lambda_1^2 T^4}{8} \right) \right];$$

$$J_{13} = A \left[\frac{T^2}{2} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^4}{4} + \frac{2\lambda_1 \lambda_2 T^3}{3} + \frac{\lambda_1^2 T^2}{2} \right) \right];$$

$$J_{21} = A \left[\frac{T^4}{8} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^6}{12} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 T^5}{5} + \frac{\lambda_1^2 T^4}{8} + \frac{T^2}{2} \right) \right];$$

$$J_{22} = A \left[\frac{T^4}{20} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^7}{28} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 T^6}{12} + \frac{\lambda_1^2 T^5}{20} + \frac{T^3}{6} \right) \right];$$

$$J_{23} = A \left[\frac{T^3}{6} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^5}{10} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 T^4}{4} + \frac{\lambda_1^2 T^3}{6} + T \right) \right];$$

$$J_{31} = A \left[\frac{T^2}{2} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^4}{4} + \frac{2\lambda_1 \lambda_2 T^3}{3} + \frac{\lambda_1^2 T^2}{2} \right) \right];$$

$$J_{32} = A \left[\frac{T^3}{6} + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^5}{10} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 T^4}{4} + \frac{\lambda_1^2 T^3}{6} \right) \right];$$

$$J_{33} = A \left[T + \Omega_{\text{H}}^{-2} \left(\frac{\lambda_2^2 T^3}{3} + \lambda_1 \lambda_2 T^2 + \lambda_1^2 T \right) \right].$$

Подставив полученные выражения в соотношение (3), можно определить нижнюю границу дисперсии несмещенных оценок параметров полезного сигнала $\lambda = \{\varphi, \omega, \omega'\}$.

Чтобы сравнить полученные результаты с ранее известными, рассмотрим частный случай $\omega' = 0$. Представим сигнал в виде

$$s(\lambda, t) = U_m \cos(\omega t + \varphi), \quad \lambda = \{\omega, \varphi\}.$$

Весовая функция в этом случае имеет вид

$$k_{\lambda}(t) = (A/U_m) \left[1 + (\omega/\Omega_{\Pi})^2 \right] \cos(\omega t + \varphi).$$

Отсюда:

$$\partial k_{\lambda}(t)/\partial \omega \simeq (A/U_m) \left[1 + (\omega/\Omega_{\Pi})^2 \right] t \sin(\omega t + \varphi);$$

$$\partial k_{\lambda}(t)/\partial \varphi \simeq -(A/U_m) \left[1 + (\omega/\Omega_{\Pi})^2 \right] \sin(\omega t + \varphi).$$

Учитывая, что составляющие с удвоенной частотой отфильтровываются в блоке обработки измерителя, после необходимых математических преобразований получим алгоритм совместных оценок частоты и фазы:

$$\hat{\omega} = \frac{2}{U_m T} \int_0^T y(t) \left[\left(1 + \hat{\omega}^2 / \Omega_{\Pi}^2 \right) t \sin(\hat{\omega} t + \hat{\varphi}) - \left(2\hat{\omega} / \Omega_{\Pi}^2 \right) \cos(\hat{\omega} t + \hat{\varphi}) \right] dt;$$

$$\hat{\varphi} = -\arctg \left[\frac{\int_0^T y(t) \sin \hat{\omega} t dt}{\int_0^T y(t) \cos \hat{\omega} t dt} \right].$$

Нижние границы Крамера–Рао для дисперсии несмещенных оценок могут быть найдены из неравенств $\sigma_{\hat{\omega}}^2 \geq J_{11}^{-1}$; $\sigma_{\hat{\varphi}}^2 \geq J_{33}^{-1}$.

Приняв длительность обрабатываемого сигнала $t_c = T$, получим:

$$J = \begin{vmatrix} \rho \mu_{\varphi} & \rho \mu_{\varphi} T / 2 \\ \rho \mu_{\varphi} T / 2 & \rho \mu_{\varphi} T^2 / 3 \end{vmatrix},$$

где $\rho = U_m^2 / 2\sigma_{\Pi}^2$ – играет роль обобщенного отношения "сигнал/помеха" (ОСП); $\mu_{\varphi} = \Omega_{\Pi} (1 + \omega^2 / \Omega_{\Pi}^2)$ – коэффициент, учитывающий частотное подавление коррелированной аддитивной помехи [24].

Обратная матрица имеет вид

$$J^{-1} = \begin{vmatrix} 4/\rho \mu_{\varphi} & -6/\rho \mu_{\varphi} T \\ -6/\rho \mu_{\varphi} T & 12/\rho \mu_{\varphi} T^2 \end{vmatrix}.$$

Тогда окончательно имеем:

$$\sigma_{\hat{\omega}}^2 \geq \frac{12}{\rho \mu_{\varphi} T^2} = \frac{24\sigma_{\Pi}^2}{U_m^2 T^2 \Omega_{\Pi} (1 + \omega^2 / \Omega_{\Pi}^2)} \quad (8)$$

– для дисперсии оценки частоты;

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 \geq \frac{4}{\rho \mu_{\varphi}} = \frac{\rho \sigma_{\Pi}^2}{U_m^2 \Omega_{\Pi} (1 + \omega^2 / \Omega_{\Pi}^2)} \quad (9)$$

– для дисперсии оценки фазы.

Анализ полученных выражений показывает, что дисперсии оценок частоты и фазы обрабатываемого сигнала зависимы между собой, причем

взаимная нормированная корреляция между ними определяется соотношением $r_{\hat{\omega}\hat{\varphi}} = J_{12} / (\sigma_{\hat{\omega}} \sigma_{\hat{\varphi}})$,

где $\sigma_{\hat{\omega}}$, $\sigma_{\hat{\varphi}}$ – среднеквадратические отклонения оценок частоты и фазы соответственно.

Если аддитивная помеха представляет собой "белый" шум, то $\omega \ll \Omega_{\Pi}$ и $N_0^2 = \sigma_{\Pi}^2 / \Omega_{\Pi}$. Тогда имеем:

$$\sigma_{\hat{\omega}}^2 \geq 12N_0^2 / (U_m^2 T^3); \quad (10)$$

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 \geq 4N_0^2 / (U_m^2 T). \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) совпадают с известными результатами, полученными при обработке сигнала на фоне гауссовского "белого" шума [18].

Из сравнения соотношений (8) и (10), (9) и (11) следует, что учет корреляционных свойств аддитивной помехи позволяет значительно уменьшить потенциально достижимые дисперсии оценок частоты и фазы обрабатываемого сигнала.

При этом чем больше отношение $\omega^2 / \Omega_{\Pi}^2$, тем более значителен выигрыш, получаемый от учета корреляционных свойств воздействующей помехи.

Если аддитивная помеха $n(t)$ имеет негауссовский характер, выражения для дисперсий оценки частоты и фазы примут следующий вид:

$$\sigma_{\hat{\omega}}^2 \geq \frac{12}{\rho \mu_{0\alpha}^2 \mu_{\varphi}^2 T^2} = \frac{24\sigma_{\Pi}^2}{\mu_{0\alpha}^2 U_m^2 T^2 \Omega_{\Pi} (1 + \omega^2 / \Omega_{\Pi}^2)}; \quad (12)$$

$$\sigma_{\hat{\varphi}}^2 \geq \frac{4}{\rho \mu_{0\alpha}^2 \mu_{\varphi}^2} = \frac{\rho \sigma_{\Pi}^2}{\mu_{0\alpha}^2 U_m^2 \Omega_{\Pi} (1 + \omega^2 / \Omega_{\Pi}^2)}; \quad (13)$$

где $\mu_{0\alpha}$ – коэффициент, характеризующий амплитудное подавление негауссовской помехи, зависящий от вида ее ПРВ [24].

Перейдя от непрерывной обработки принятого колебания к дискретной обработке с большим числом отсчетов на интервале наблюдения $H = T/\Delta \gg 1$ при выполнении условия $\omega \Delta \neq n\pi$ ($n = 1, 2, \dots$), воспользовавшись приближенными равенствами [18]:

$$r_{\Pi} = \exp(-\Omega_{\Pi} \Delta) \simeq 1 - \Omega_{\Pi} \Delta + 0.5(\Omega_{\Pi} \Delta)^2;$$

$$\cos(\omega \Delta) \simeq 1 - 0.5(\omega \Delta)^2,$$

где r_{Π} – коэффициент корреляции помехи, после математических преобразований приведем выражения (12) и (13) к виду

$$\sigma_{\Delta\omega}^2 \geq \frac{24\sigma_{\Pi}^2(1-r_{\Pi}^2)}{\mu_{0\alpha}^2 U_m^2 H^3 \Delta^2 (1+r_{\Pi}^2 - 2r_{\Pi} \cos(\omega\Delta))};$$

$$\sigma_{\Delta\phi}^2 \geq \frac{\rho\sigma_{\Pi}^2}{\mu_{0\alpha}^2 U_m^2 H (1+r_{\Pi}^2 - 2r_{\Pi} \cos(\omega\Delta))}.$$

При $\mu_{0\alpha}^2 = 1$ представленные выражения совпадают с выражениями, полученными для дисперсий совместных оценок частоты и фазы при дискретной обработке сигналов на фоне гауссовского шума с экспоненциальной корреляционной функцией [18].

При достаточно малом шаге дискретизации Δ с учетом указанных допущений [18] можно считать, что

$$0.5U_m^2 H [1+r_{\Pi}^2 - 2r_{\Pi} \cos(\omega\Delta)] \simeq$$

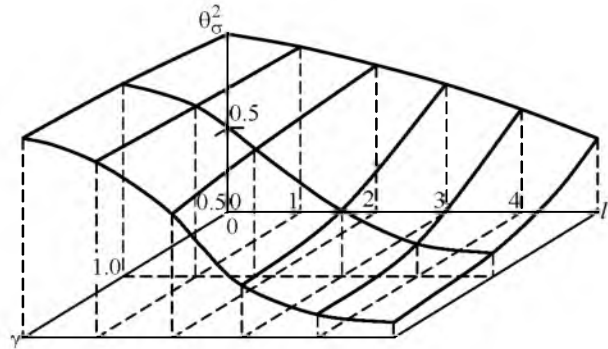
$$\simeq (1-r_{\Pi}^2)(ds_0/d\lambda)^2 + \sum_{h=1}^H [s_{\lambda h} - r_{\Pi} s_{\lambda(h-1)}]^2,$$

где s_0 – значение отсчета сигнала, совпадающего с началом интервала измерения; $s_{\lambda h}$, $s_{\lambda(h-1)}$ – значения сигнала на h -м и на $(h-1)$ -м шагах измерения соответственно.

Учитывая, что на границах интервала измерения $[0, T]$ сигнал равен нулю, при $\mu_{0\alpha}^2 = 1$ после ряда преобразований получим выражение для оценки информационного параметра на фоне коррелированной аддитивной гауссовской помехи, совпадающее с выражением, полученным в [12], [25].

Сравним оценки потенциальной точности измерения информационных параметров при непрерывной и при дискретной обработке на примере оценки частоты. Введем приведенную дисперсию оценки:

$$\theta_{\sigma}^2 = \frac{\sigma_{\lambda_{\text{н}}}^2}{\sigma_{\lambda_{\text{д}}}^2} = \frac{2[1 + \exp(-2l) - 2\exp(-l)\cos(\gamma l)]}{l(1 + \gamma^2)[1 - \exp(-2l)]},$$



где $\sigma_{\lambda_{\text{н}}}^2$, $\sigma_{\lambda_{\text{д}}}^2$ – дисперсии оценки информационного параметра $\lambda = \{\omega, \phi\}$ при непрерывной и при дискретной обработке соответственно; $l = \Omega_{\Pi}\Delta$ – нормированный интервал дискретизации по времени; $\gamma = \omega/\Omega_{\Pi}$ – нормированная частота.

На рисунке представлены зависимости приведенной дисперсии от нормированной частоты и нормированного интервала дискретизации по времени $\theta_{\sigma}^2 = f(\gamma, l)$. Из приведенной зависимости видно, что при малом шаге дискретизации ($\Delta \rightarrow 0$) точность оценки частоты при дискретной обработке незначительно хуже, чем при непрерывной обработке.

С увеличением шага дискретизации проигрыш в точности становится существенным. Также проигрыш дискретной обработки по сравнению с непрерывной увеличивается по мере роста частоты обрабатываемого сигнала, если интервал дискретизации остается неизменным.

В настоящей статье получены выражения для оценки точности измерения информационных параметров сигнала на фоне коррелированных, в общем случае негауссовских, аддитивных помех при непрерывной обработке. Показано, что по сравнению с дискретной обработкой непрерывная обработка, при прочих равных условиях, позволяет получить более точные оценки измеряемых параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сосулин Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1992. 304 с.
2. Финкельштейн М. И. Основы радиолокации. М.: Радио и связь, 1983. 536 с.
3. Журавлев А. К., Лукошкин А. П., Поддубный С. С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. 240 с.
4. Родимов А. П., Поповских В. В. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех. М.: Радио и связь, 1984. 272 с.
5. Радиолокационные характеристики летательных аппаратов / М. Е. Марганов, Ю. С. Зиновьев, Л. Ю. Астанини и др.; под ред. Л. Т. Тучкова. М.: Радио и связь, 1985. 236 с.
6. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Сов. радио, 1981. 288 с.
7. Артюшенко В. М. Исследование и разработка радиолокационного измерителя параметров движения протяженных объектов / Финансово-технологическая академия. Королев, Моск. обл., 2013. 214 с.

8. Воловач В. И. Методы и алгоритмы анализа радиотехнических устройств ближнего действия. М.: Радио и связь, 2013. 228 с.

9. Воловач В. И. Исследование плотности распределения вероятностей обнаружения объекта с учетом изменяющейся дальности // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 4. С. 71–75.

10. Артюшенко В. М., Воловач В. И., Иванов В. В. Статистические характеристики сигналов и помех в радиотехнических устройствах ближнего действия // Изв. вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57, № 7. С. 46–50.

11. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / под ред. С. Е. Фальковича. М.: Радио и связь, 1989. 296 с.

12. Валеев В. Т., Сосулин Ю. Г. Обнаружение слабых когерентных сигналов в коррелированных негауссовских помехах // Радиотехника и электроника. 1969. Т. 14, № 2. С. 230–238.

13. Артюшенко В. М. Обработка информационных параметров сигнала в условиях аддитивно-мультипликативных негауссовских помех. М.: Канцлер, 2014. 298 с.

14. Обработка и преобразование сигналов в радиотехнических и инфокоммуникационных системах / под ред. В. И. Воловача. М.: Радио и связь, 2014. 448 с.

15. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Оценка погрешности измерения параметров движения протяженных объектов в условиях изменяющейся дальности // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2015. Т. 58, № 1. С. 26–37.

16. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Измерение параметров движения протяженных объектов в услови-

ях мешающих воздействий и изменяющейся дальности // Двойные технологии. 2015. Вып. 1. С. 69–74.

17. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Оценка погрешности измерения скалярного информационного параметра движущегося протяженного объекта на фоне аддитивных негауссовских помех // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 1. С. 4. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan15/12/text.html>

18. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.

19. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Анализ математических моделей полезных сигналов и информационных процессов радиолокационных устройств ближнего радиуса действия // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. Вып. 5. С. 14–20.

20. Artyushenko V. M., Volovach V. I. Statistical characteristics of envelope outliers duration of non-Gaussian information processes // Proc. of IEEE East-West design & test symp. (EWDTS'2013). Rostov-on-Don, Russia, Sept. 27–30, 2013. Kharkov: KNURE, 2013. P. 137–140.

21. Тузов Г. И. Выделение и обработка информации в доплеровских системах. М.: Сов. радио, 1967. 256 с.

22. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. 2-е изд. М.: Сов. радио, 1982. 624 с.

23. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.

24. Новоселов О. Н., Фомин А. Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем: 2-е изд. М.: Машиностроение, 1991. 336 с.

25. Валеев В. Г. Оптимальная оценка параметров сигнала при наличии негауссовских помех // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1974. № 2. С. 135–146.

V. M. Artyushenko

Technological university (Korolev)

V. I. Volovach

Volga region state university of service (Togliatty)

Assessment of measurement accuracy of the information parameters of signal are correlated additive noise for continuous processing

The estimate of measurement accuracy of signal parameters transmitting the information of the of extended objects movement against the correlated additive hindrance having in generally not Gaussian nature of distribution at continuous processing of a signal is considered. Expressions for estimation of measurement accuracy of signal information parameters in the specified conditions are received. It is shown that the accounting of correlation properties and not Gaussian character of an additive hindrance allows to considerably increases the accuracy of measurement of information parameters. It is shown that in comparison with discrete processing, continuous processing, allows to receive more exact estimates of the measured parameters with other things being equal.

Radio short-range devices, the length of the object, additive correlated non-Gaussian interference, the information signal parameters

Статья поступила в редакцию 4 февраля 2015 г.