



УДК 621.391

Г. С. Нахмансон  
Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского  
и Ю. А. Гагарина (Воронеж)  
С. В. Козлов  
Воронежский государственный университет

## Эффективность приема фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры

Рассмотрен прием фазоманипулированных широкополосных сигналов с квадратурной модуляцией фаз псевдослучайными последовательностями в условиях взаимных помех, обусловленных многостанционным доступом, и внутренних шумов аппаратуры. Получены аналитические выражения для средней вероятности ошибки оценивания значений информационных символов при приеме сигналов со случайными начальными фазами и амплитудами, содержащими регулярные и флуктуационные составляющие, с учетом фазовых флуктуаций канала синхронизации. Проанализированы зависимости вероятности ошибки от отношений "сигнал/шум" и "помеха/шум", числа помех и качества синхронизации.

### Фазоманипулированный широкополосный сигнал, взаимные помехи, квадратурная фазовая модуляция, псевдослучайные последовательности, средняя вероятность ошибки

В современных системах радиосвязи (СРС) широкое применение находят фазоманипулированные широкополосные сигналы (ФМШПС) с расширением спектра при помощи модуляции несущей псевдослучайными последовательностями (ПСП). Несмотря на большое количество работ, посвященных исследованию СРС с ФМШПС при приеме в условиях различных помех, в том числе и взаимных [1]–[3], недостаточное внимание уделено использованию ФМШПС, у которых расширение спектра осуществляется с помощью квадратурной фазовой модуляции ПСП.

В [4] рассмотрено обнаружение ФМШПС с расширением спектра при помощи квадратурной модуляции ПСП, формируемых схемами с последовательно-параллельным преобразованием информационной последовательности в условиях взаимных помех. Однако до настоящего времени отсутствуют результаты, позволяющие оценивать в этих условиях эффективность передачи дискретной информации с помощью таких сигналов. Поэтому получение аналитических выражений

для средней вероятности ошибки (СВО) и анализ на их основе эффективности приема информации в СРС с помощью ФМШПС с квадратурной модуляцией ПСП в условиях взаимных помех представляет практический интерес.

**Постановка задачи.** При формировании ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией ПСП схемой с последовательно-параллельным

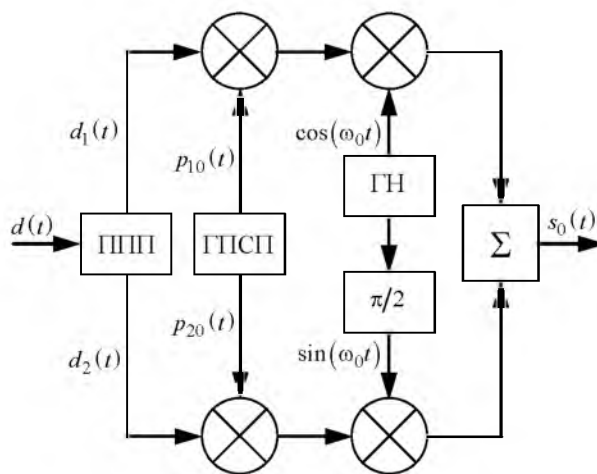


Рис. 1

преобразованием информационной последовательности (рис. 1) выражение для излучаемого ФМШПС можно записать как [1], [2]

$$s_0(t) = d_1(t) p_{10}(t) \cos(\omega_0 t) + d_2(t) p_{20}(t) \sin(\omega_0 t), \quad 0 < t < T, \quad (1)$$

где  $d_1, d_2$  – параллельные информационные последовательности;  $p_{10}, p_{20}$  – функции, расширяющие спектры информационных импульсов;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  ( $f_0$  – частота несущего колебания).

Символы информационных последовательностей  $d_1$  и  $d_2$  формируются в последовательно-параллельном преобразователе (ППП) на основе символов информационной последовательности  $\{d\}$  длительностью  $T$  следующим образом: если  $d = 1$ , то  $d_1 = 1, d_2 = 0$ ; если  $d = -1$ , то  $d_1 = 0, d_2 = 1$ .

Функции, расширяющие спектры информационных импульсов, представляют собой непрерывные последовательности из  $L$  элементарных импульсов:

$$p_{10}(t) = \sum_{k=1}^L p_{10_k} \text{rect}[t - (k-1)\tau_{\text{и}}];$$

$$p_{20}(t) = \sum_{k=1}^L p_{20_k} \text{rect}[t - (k-1)\tau_{\text{и}}],$$

где  $p_{10_k}, p_{20_k}$  – ПСП, описывающие законы фазовой модуляции квадратурных составляющих полезного сигнала, элементы которых принимают значения  $\pm 1$ ;

$$\text{rect}[t - (k-1)\tau_{\text{и}}] = \begin{cases} 1, & (k-1)\tau_{\text{и}} < t < k\tau_{\text{и}}; \\ 0, & t < (k-1)\tau_{\text{и}}, t > k\tau_{\text{и}} \end{cases}$$

– прямоугольная огибающая элементарного импульса длительностью  $\tau_{\text{и}}$ , причем  $L\tau_{\text{и}} = T$ .

При формировании ФМШПС (1) информационные импульсы длительностью  $T$  с амплитудами, определяемыми значениями символов  $d_1$  и  $d_2$ , умножаются на формируемые генератором ПСП (ГПСП) сигналы  $p_{10_k}(t)$  и  $p_{20_k}(t)$  (рис. 1), расширяющие спектры импульсов, и модулируют по амплитуде высокочастотные колебания  $\cos(\omega_0 t)$  и  $\sin(\omega_0 t)$ , создаваемые генератором несущего колебания (ГН) и фазовращателем на  $\pi/2$ , с последующим сложением.

Поступающий на вход приемника сигнал можно записать как

$$x(t) = s(t) + s_{\text{вз}}(t) + n(t),$$

где  $s(t), s_{\text{вз}}(t)$  и  $n(t)$  – полезный сигнал, совокупность  $K$  мешающих сигналов от однотипных СРС, рассматриваемых как взаимные помехи, и внутренние шумы аппаратуры соответственно.

С учетом (1) полезный сигнал имеет вид

$$s(t) = ad_1(t) p_{10}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + ad_2(t) p_{20}(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $a$  и  $\varphi_0$  – случайные амплитуда и начальная фаза соответственно.

Совокупность мешающих сигналов описывается следующим образом:

$$s_{\text{вз}}(t) = \sum_{i=1}^K \{ a_i d_{1i}(t - \tau_i) p_{1i}(t - \tau_i) \cos[\omega_0(t - \tau_i) + \varphi_i] + a_i d_{2i}(t - \tau_i) p_{2i}(t - \tau_i) \sin[\omega_0(t - \tau_i) + \varphi_i] \},$$

где  $a_i, \tau_i, \varphi_i$  – амплитуда, время задержки относительного полезного сигнала и фаза  $i$ -го сигнала помехи соответственно;  $d_{1i}(\cdot), d_{2i}(\cdot)$  – двоичные информационные символы  $i$ -го помехового сигнала, получаемые с помощью последовательно-параллельного преобразования его информационной последовательности  $d_i(\cdot)$ ;  $p_{1i}(\cdot), p_{2i}(\cdot)$  – функции, расширяющие спектр  $i$ -го помехового сигнала, отличающиеся от  $p_{10}(t)$  и  $p_{20}(t)$  коэффициентами ПСП  $\{p_{1i_k}\}$  и  $\{p_{2i_k}\}$ ;  $i = \overline{1, K}$ .

Внутренние шумы аппаратуры  $n(t)$  аппроксимируются аддитивным "белым" гауссовским шумом с нулевым средним значением и функцией корреляции  $\langle n(t_1), n(t_2) \rangle = (N_0/2)\delta(t_1 - t_2)$  со спектральной плотностью  $N_0$ , где  $\delta(\cdot)$  – дельта-функция Дирака.

В дальнейшем полезный сигнал и помехи полагаются статистически независимыми. Совместная плотность распределения вероятностей (ПРВ) амплитуды  $a$  и случайной начальной фазы  $\varphi_0$  полезного сигнала описывается выражением [5]

$$W(a, \varphi_0) = \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2}\right), \quad (2)$$

где  $a_0$  – регулярная составляющая амплитуды полезного сигнала;  $\sigma_a^2$  – дисперсия флуктуационной составляющей амплитуды.

Совместные ПРВ амплитуд и случайных начальных фаз для каждого из  $K$  помеховых сигналов определяются аналогичными (2) выражениями при условии замены в нем для  $i$ -го помехового сигнала ( $i=1, \dots, K$ )  $a$  на  $a_i$ ,  $\varphi_0$  на  $\varphi_i$ ,  $a_0$  на  $a_{0i}$  и  $\sigma_a^2$  на  $\sigma_{ai}^2$ , где  $a_i$  – амплитуда;  $\varphi_i$  – случайная начальная фаза  $i$ -го помехового сигнала.

При нулевой регулярной составляющей амплитуды ( $a_0 = 0$ ) распределение (2) хорошо описывает замирания (фединги), при которых значения амплитуд удовлетворяют ПРВ Рэлея, а случайные начальные фазы распределены равномерно. При  $\sigma_a^2 \rightarrow 0$  (2) соответствует случаю, когда амплитуды принимаемых сигналов детерминированы, а случайные начальные фазы распределены равномерно.

Прием описанного ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией выполняется когерентным приемником с фазовой автоподстройкой частоты (ФАПЧ) (рис. 2). При оценивании значений информационного символа выходной эффект этого приемника пропорционален следующему выражению:

$$M(T) = \int_0^T x(t) p_{10}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) dt - \int_0^T x(t) p_{20}(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) dt, \quad (3)$$

где  $\Delta\varphi$  – флуктуационная составляющая фазы высокочастотного колебания на выходе системы ФАПЧ, описываемая ПРВ [5]:

$$W(\Delta\varphi) = \frac{1}{2\pi I_0(D)} \exp(D \cos \Delta\varphi), \quad -\pi \leq \Delta\varphi \leq \pi, \quad (4)$$

где  $D \gg 1$  – константа, зависящая от отношения "сигнал/шум".

При приеме бита информации выходной эффект приемника (3) можно представить как

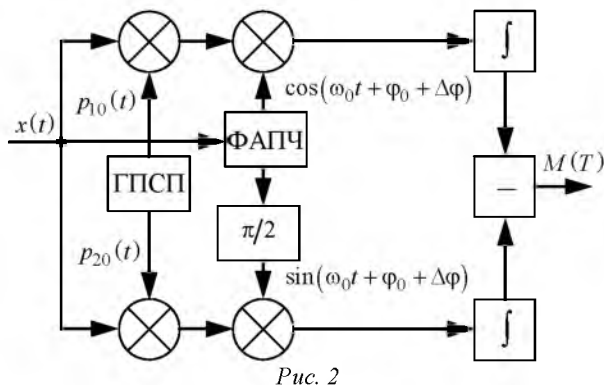


Рис. 2

$$M(T) = \frac{aT}{2} d \cos \Delta\varphi + \sum_{i=1}^K \left[ \frac{a_i T}{2} d_i \rho_i(\tau_i) \cos(\Delta\varphi + \varphi_0 - \varphi_i) \right] + N_c - N_s,$$

где  $d = d_1 - d_2$ ,  $d_i = d_{1i} - d_{2i}$ ;

$$\rho_i(\tau_i) = \frac{1}{T} \int_0^T p_{10}(t) p_{1i}(t - \tau_i) dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_{20}(t) p_{2i}(t - \tau_i) dt$$

– взаимно корреляционные функции (ВКФ) расширяющих спектр функций одного семейства ПСП полезного и  $i$ -го мешающего сигналов;  $N_c$ ,  $N_s$  – шумовые составляющие на выходе интеграторов в квадратурных каналах;  $i = 1, \dots, K$ .

ВКФ между двумя различными семействами ПСП полагаются много меньшими по сравнению с функциями корреляции внутри одного семейства [3], т. е. можно считать, что

$$\frac{1}{T} \int_0^T p_{10}(t) p_{2i}(t - \tau_i) dt \approx 0.$$

Шумовые составляющие на выходе интеграторов

$$\left. \begin{matrix} N_s \\ N_c \end{matrix} \right\} = \int_T n(t) p_{0i}(t) \begin{cases} \sin(\omega_0 t + \Delta\varphi + \varphi_0) \\ \cos(\omega_0 t + \Delta\varphi + \varphi_0) \end{cases} dt, \quad i = 1, 2$$

являются нормальными некоррелированными между собой случайными величинами с нулевыми средними значениями и дисперсиями  $\sigma_{\Pi}^2 = N_0 T / 4$ .

Решающее устройство приемника (рис. 2) на основе сформированного выходного эффекта  $M(T)$  принимает решение  $d = 1$ , если  $M(T) \geq 0$ , и  $d = -1$ , если  $M(T) < 0$ . Принимаемые решения будут ошибочны, если  $M(T) > 0$  при  $d = -1$  или  $M(T) \leq 0$  при  $d = 1$ .

Эффективность приема характеризуется вероятностями ошибочных решений. Так как обычно принято считать, что априорные вероятности ошибок первого и второго рода одинаковы и равны 0.5 [2], [5], выражение для СВО принимает вид

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 W(M|d=1) dM + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} W(M|d=-1) dM, \quad (5)$$

где  $W(M|d=1)$ ,  $W(M|d=-1)$  – ПРВ значений выходного эффекта приемника  $M(T)$  при усло-

вии, что информационный символ принимает значения 1 и -1 соответственно.

**Выражение для СВО оценивания значения информационного символа.** Для определения ПРВ значений выходного эффекта приемника при различных значениях информационного символа воспользуемся методом характеристических функций. В рассматриваемом случае характеристическую функцию можно записать как

$$\theta(u) = \langle \exp(juM) \rangle_{\mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}, N_c, N_s, \Delta\varphi, \mathbf{d}},$$

где усреднение проводится по амплитудам  $\mathbf{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$ , начальным фазам  $\boldsymbol{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$  полезного и помеховых сигналов, шумовым составляющим  $N_c, N_s$ , а также по флуктуационной составляющей фазы опорного сигнала  $\Delta\varphi$  и по  $\mathbf{d} = \{d_i\}, i = 1, \dots, K$ . Тогда выражение для характеристической функции можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \int_0^\infty \dots \int_0^\infty da \int_{-\pi}^\pi \dots \int_{-\pi}^\pi W(\mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) d\boldsymbol{\varphi} \times \\ & \times \int_{-\infty}^\infty W(N_c) dN_c \int_{-\infty}^\infty W(N_s) dN_s \times \\ & \times \int_{-\pi}^\pi W(\Delta\varphi) d(\Delta\varphi) \left\langle \exp \left\{ ju \left[ \frac{aT}{2} d \cos \Delta\varphi + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} d_i \rho_i(\tau_i) \cos(\Delta\varphi + \varphi_0 - \varphi_i) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + N_c - N_s \right] \right\} \right\rangle_{\mathbf{d}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Проведя в (6) усреднение по  $N_c, N_s$ , по амплитудам  $\mathbf{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$  и по фазам  $\boldsymbol{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$  с учетом (2) и (4), а также приняв во внимание, что информационные символы помеховых сигналов  $\{d_i\}, i = 1, \dots, K$  являются случайными величинами со значениями  $v_i = \pm 1$ , принимаемыми с вероятностями 0.5, получим:

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \exp(-\alpha u^2) \frac{1}{2\pi 2^K I_0(D)} \sum_{v_1=\pm 1}^\infty \int_0^\pi da \int_{-\pi}^\pi d\varphi_0 \times \\ & \dots \\ & \times \frac{a}{2\pi \sigma_a^2} \exp \left( -\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2} \right) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \int_{-\pi}^\pi \exp \left[ D \cos(\Delta\varphi) + ju \frac{aT}{2} d \cos(\Delta\varphi) + \right. \\ & \left. + ju \frac{\sigma_{\Pi}}{2} \sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \cos(\Delta\varphi + \varphi_0) \right] d(\Delta\varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\alpha = \sigma_{\Pi}^2 \left( 1 + \frac{1}{8} \sum_{i=1}^K \beta_i^2 \right)$ ;  $\beta_i = \frac{\sigma_{ai} \rho_i(\tau_i) T}{\sigma_{\Pi}}$ .

Проинтегрировав (7) по  $\Delta\varphi$ , получим:

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \exp(-\alpha u^2) \frac{1}{2\pi 2^K I_0(D)} \sum_{v_1=\pm 1}^\infty \int_0^\pi dx \times \\ & \dots \\ & \times \int_{-\pi}^\pi x \exp \left( -\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2} \right) d\varphi_0 \times \\ & \times I_0 \left\{ D^2 + ju \sigma_{\Pi} D z_{\mathbf{v}} - \frac{u^2 \sigma_{\Pi}^2}{4} z_{\mathbf{v}}^2 - \right. \\ & \left. - \frac{u^2 \sigma_{\Pi}^2}{4} \left( \sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \sin \varphi_0 \right) \right\}^{0.5}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\gamma = a_0/\sigma_a$ ;  $\gamma_i = a_{0i}/\sigma_{ai}, i = 1, \dots, K$  - отношения регулярных составляющих амплитуд к среднеквадратическим значениям их флуктуационных составляющих для полезного и  $i$ -го помехового сигналов;  $z_{\mathbf{v}} = 2x \sqrt{Q_{\varphi_0}} \cdot d + \sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \cos \varphi_0$ ;

$\mathbf{v} = \{v_i\}, i = 1, \dots, K$ ; причем  $Q_{\varphi_0} = \sigma_a^2 T / N_0$  - отношение "сигнал/шум" для флуктуационной составляющей амплитуды полезного сигнала.

Значение аргумента  $D$  функции Бесселя  $I_0$  в (8) должно быть велико ( $D \gg 1$ ), иначе когерентный прием невозможен [5]. При выполнении этого условия функцию Бесселя можно заменить ее асимптотическим приближением [6]:

$$I_0(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}} \left( 1 + \frac{1}{8x} \right).$$

С учетом этой замены выражение (8) принимает вид

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \exp(-\alpha u^2) \frac{1}{2\pi 2^K} \times \\ & \times \sum_{v_1=\pm 1}^\infty \int_0^\pi dx \int_{-\pi}^\pi d\varphi_0 x \exp \left( -\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2} \right) \times \\ & \dots \\ & \times \end{aligned}$$

$$\times \exp\left(\frac{ju\sigma_{\Pi}}{2} z_{\mathbf{v}}\right) \times \left[1 - \frac{1}{2D} \left[ ju\sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}} + \frac{u^2 \sigma_{\Pi}^2}{4} \left( \sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \sin \varphi_0 \right)^2 \right] \right]. \quad (9)$$

Используя характеристическую функцию (9), получим выражение для ПРВ выходного эффекта приемника:

$$\begin{aligned} W(M) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(u) \exp(-juM) du = \\ &= \frac{1}{2\pi 2^K 2\sqrt{\pi\alpha}} \sum_{v_1=\pm 1}^{\infty} \int_0^{\pi} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_0 x \times \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \times \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{(2M - \sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}})^2}{16\alpha}\right] \times \\ &\quad \times \left\langle 1 - \frac{1}{8D\alpha} \left\{ \sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}} (2M - \sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}}) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\sigma_{\Pi}^2}{2} \left( \sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \sin \varphi_0 \right)^2 \left[ 1 - \frac{(2M - \sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}})^2}{8\alpha} \right] \right\} \right\rangle. \quad (10) \end{aligned}$$

В дальнейшем будем рассматривать случай  $\tau_i = 0$ , когда взаимно корреляционные функции  $\rho_i(\tau_i)$  достигают максимума, т. е. влияние взаимных помех на СВО максимально. Как показано в [2],  $\rho_i(0) = 1/\sqrt{L}$ . Тогда  $\beta_i = 2\sqrt{Q_{\Phi i}}/\sqrt{L}$ , где  $Q_{\Phi i} = \sigma_{ai}^2 T/N_0$ ,  $i = 1, \dots, K$  – отношение "помеха/шум" для флуктуационной составляющей  $i$ -го помехового сигнала.

Подставив выражение для ПРВ выходного эффекта приемника (10) в (5) и проведя преобразования, получим выражение для СВО оценивания значений информационных символов при приеме ФМШПС в условиях взаимных помех:

$$\begin{aligned} P_{\text{ош}} &= \frac{1}{4\pi 2^K} \sum_{v_1=\pm 1}^{\infty} \int_0^{\pi} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_0 x \times \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \times \\ &\quad \times \left[ 1 - \operatorname{erf} \frac{z_{1\mathbf{v}}}{2} + \frac{z_{1\mathbf{v}}}{D\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{z_{1\mathbf{v}}^2}{4}\right) \left(1 + \frac{H_{\mathbf{v}}^2}{4}\right) \right], \quad (11) \end{aligned}$$

где  $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  – интеграл ошибок;

$$z_{1\mathbf{v}} = \frac{x\sqrt{Q_{\Phi 0}} + h\beta_{\mathbf{v}} \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + 0.5h^2 Q_{\Phi, \Pi}}}; \quad H_{\mathbf{v}} = h\beta_{\mathbf{v}} \sin \varphi_0, \text{ при-}$$

чем  $h = \sqrt{K/L}$  – величина, определяемая отношением количества воздействующих помех к базе

сигнала;  $\beta_{\mathbf{v}} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\Phi i}} \cdot v_i$ ;  $Q_{\Phi, \Pi} = \sigma_{a\Pi}^2 T/N_0$  –

отношение "сигнал/шум" для усредненных флуктуационных составляющих помеховых сигналов

( $\sigma_{a\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sigma_{ai}^2$  – средняя мощность флуктуаци-

онной составляющей помеховых сигналов). Если  $\sigma_{a1}^2 = \dots = \sigma_{aK}^2 = \sigma_{\Phi}^2$ , то  $\sigma_{a\Pi}^2 = \sigma_{a\Phi}^2$  и

$$Q_{\Phi, \Pi} = \sigma_{a\Phi}^2 T/N_0.$$

Учитывая сложность выражения для СВО (11), конкретизируем его для случаев, когда флуктуирующие составляющие амплитуд сигналов много меньше их регулярных составляющих ( $\gamma \gg 1$ ,  $\gamma_i \gg 1$ ,  $i = 1, \dots, K$ ), и наоборот, когда флуктуирующие составляющие амплитуд сигналов много больше их регулярных составляющих ( $\gamma \ll 1$ ,  $\gamma_i \ll 1$ ,  $i = 1, \dots, K$ ).

**СВО оценивания информационного импульса при преобладании в амплитудах сигналов регулярных составляющих.** Рассмотрим случай  $\gamma \gg 1$ ,  $\gamma_i \gg 1$ ,  $i = 1, \dots, K$ . Отметим, что

$$\exp(x\gamma \cos \varphi_0) = \sum_{v=0}^{\infty} \varepsilon_v I_v(\gamma x) \cos(v\varphi_0), \quad (12)$$

$$\varepsilon_v = \begin{cases} 1, & v = 0; \\ 2, & v \neq 0. \end{cases}$$

В первом приближении

$$I_v(x) \approx \exp(x)/\sqrt{2\pi x}.$$

В [3] показано, что

$$\frac{x}{\sqrt{2\pi x\gamma}} \exp\left[-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right] \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right], \quad (13)$$

$$-\infty \leq x \leq \infty.$$

Проведя интегрирование в (11) с учетом (12), (13) и [7], получим выражение для СВО:

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi 2^K} \sum_{v_1=\pm 1} \dots \sum_{v_K=\pm 1} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_0 \times$$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} \cos m\varphi_0 \left[ \operatorname{erf} \frac{z_{2\mathbf{v}}^2}{2} - \frac{1 + \frac{H_{\mathbf{v}}^2}{4}}{\sqrt{\pi D}} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{z_{2\mathbf{v}}^2 \left( 1 + h^2 \frac{Q_{\Phi, \Pi}}{2} \right)}{1 + \frac{Q_{\Phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\Phi, \Pi}}{2}} \exp \left( -\frac{z_{2\mathbf{v}}^2}{4} \right) \right], \quad (14)$$

$$+ \frac{h^2 \sqrt{Q}}{32\sqrt{\pi} (1 + Q_{\Phi 0}/2)} \exp \left( -\frac{Q}{4} \right) \times$$

$$\times \left\{ (4Q_{\Phi 0} + 3Q_{0\Pi}) \left[ 1 + \frac{Q - 6}{2D(1 + Q_{\Phi 0}/2)} \right] + \frac{8Q_{\Phi 0} + Q_{0\Pi}}{D} \right\}, \quad (15)$$

где

$$z_{2\mathbf{v}} = \frac{\sqrt{Q_0} + h\beta_{\mathbf{v}} \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + Q_{\Phi 0}/2 + h^2 Q_{\Phi, \Pi}/2}},$$

причем  $Q_0 = a_0^2 T / N_0$  – отношение "сигнал/шум" для регулярной составляющей принимаемого сигнала.

В современных СРС широко применяются ФМШПС с большими базами, для которых справедливо соотношение  $h = \sqrt{K/L} = 1$ . При этом

$$\sum_{v_1=\pm 1} \dots \sum_{v_K=\pm 1} \beta_{\mathbf{v}} = \sum_{v_1=\pm 1} \dots \sum_{v_K=\pm 1} \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\Phi i}} \cdot v_i = 0;$$

$$\sum_{v_1=\pm 1} \dots \sum_{v_K=\pm 1} \beta_{\mathbf{v}}^2 = \sum_{v_1=\pm 1} \dots \sum_{v_K=\pm 1} \left( \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\Phi i}} \cdot v_i \right)^2 = 2^K Q_{0\Pi},$$

где  $Q_{0\Pi} = a_{0\Pi}^2 T / N_0$  – отношение "сигнал/шум" для усредненной регулярной составляющей по-

меховых сигналов, причем  $a_{0\Pi} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K a_{ai}^2}$  – усредненная амплитуда регулярных составляющих помеховых сигналов.

После разложения (14) в ряд по  $h$  и отбрасывания членов  $O(h^2)$  выражение для СВО приводится к виду

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{Q_0}}{2} \right) \right] +$$

$$+ \frac{\sqrt{Q_0}}{2\sqrt{\pi} \cdot D (1 + Q_{\Phi 0}/2)} \exp \left( -\frac{Q_0}{4} \right) +$$

где  $Q = Q_0 / (1 + Q_{\Phi 0}/2)$ .

При отсутствии флуктуаций амплитуд сигналов в каналах связи ( $\sigma_a = \sigma_{a\Pi} = 0$ ) выражение (15) приобретает вид

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{Q_0}}{2} \right) \right] + \frac{\sqrt{Q_0}}{2\sqrt{\pi} \cdot D} \exp \left( -\frac{Q_0}{4} \right) +$$

$$+ \frac{h^2 \sqrt{Q_0} \cdot Q_{0\Pi}}{32\sqrt{\pi}} \exp \left( -\frac{Q_0}{4} \right) \left( 3 + \frac{3Q_0 - 16}{2D} \right).$$

При идеальной синхронизации ( $D \rightarrow \infty$ ) выражение для СВО преобразуется в

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{Q_0}}{2} \right) \right] +$$

$$+ \frac{3\sqrt{Q_0} \cdot KQ_{0\Pi}}{32\sqrt{\pi} \cdot L} \exp \left( -\frac{Q_0}{4} \right). \quad (16)$$

Второе слагаемое в (16) учитывает влияние взаимных помех на СВО оценивания значений информационного импульса. Его значение пропорционально количеству и уровню воздействующих помеховых сигналов ( $KQ_{0\Pi}$ ) и обратно пропорционально базе принимаемого сигнала  $L$ .

При отсутствии взаимных помех и флуктуаций амплитуд сигналов в каналах связи выражение (15) принимает вид

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{Q_0}}{2} \right) \right] + \frac{\sqrt{Q_0}}{2\sqrt{\pi} \cdot D} \exp \left( -\frac{Q_0}{4} \right). \quad (17)$$

Сравнение выражения (17) с аналогичным выражением, полученным в [7] для случая приема ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, показывает, что СВО оценивания значений информационных импульсов при приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией больше, чем при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, что объясняется увеличением уровня шума за счет наличия двух каналов обработки принимаемого сигнала в когерентном приемнике.

**СВО оценивания информационного символа при преобладании в амплитудах сигналов**

флуктуационных составляющих. Рассмотрим случай  $\gamma \ll 1$ ,  $\gamma_i \ll 1$ ,  $i = 1, \dots, K$ . Представим выражение для СВО в виде ряда

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + Q_{\phi 0}/2 + h^2 Q_{\phi.п}/2}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{2\sqrt{2}} \frac{1 + h^2 \frac{Q_{\phi.п}}{2}}{\left( 1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi.п}}{2} \right)^{3/2}} \times \left( \frac{1}{D} + \frac{\gamma^2}{4D} \frac{1 - \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi.п}}{2}}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi.п}}{2}} - \frac{\gamma^2}{4} \right) + o(\gamma^2). \quad (18)$$

При  $h = \sqrt{K/L} = 1$ , разложив (18) в ряд по  $h^2$  и ограничившись первыми двумя членами, получим:

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{2\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} \right)^{-3/2} \times \left[ \frac{1}{D} + \frac{Q_{0п} h^2}{16} + \frac{Q_{\phi.п} h^2 - \gamma^2}{4} \left( 1 + \frac{1}{D} \frac{Q_{\phi 0} - 1}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}} \right) \right]. \quad (19)$$

Выражение (19) позволяет количественно определить возрастание СВО оценивания значения принимаемого ФМШПС информационного символа при увеличении количества воздействующих помех (увеличении  $K$  и, соответственно,  $h$ ), регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд (увеличении  $Q_{0п}$  и  $Q_{\phi.п}$ ), ухудшении качества синхронизации (уменьшении параметра  $D$ ).

При отсутствии регулярных составляющих амплитуд сигналов ( $\gamma \rightarrow 0$ ,  $\gamma_{п} \rightarrow 0$ ) и взаимных

помех ( $K = 0$ ,  $h = 0$ ) выражение (19) преобразуется к виду

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + Q_{\phi 0}/2}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{2\sqrt{2} D (1 + Q_{\phi 0}/2)^{3/2}},$$

а при идеальной синхронизации ( $D \rightarrow \infty$ ) – к виду

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + Q_{\phi 0}/2}} \right) = \frac{1}{2\sqrt{1 + Q_{\phi 0}/2} (\sqrt{1 + Q_{\phi 0}/2} + \sqrt{Q_{\phi 0}/2})}. \quad (20)$$

Сравнение выражения (20) с соответствующим выражением для СВО оценивания значения информационного символа при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией [5] показывает, что "платой" за использование ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией является незначительное увеличение СВО оценивания информационного символа.

**Результаты исследования.** На рис. 3–6 представлены результаты расчетов СВО оценивания значений информационных символов, несущих бит информации, как функции от отношения "сигнал/шум", при приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией на фоне внутренних шумов аппаратуры и взаимных помех со случайными начальными фазами и амплитудами, имеющими регулярные и флуктуационные составляющие, при различном числе помеховых сигналов  $K$ , различных значениях параметров, характеризующих соотношения регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд полезного и помеховых сигналов  $\gamma = a_0/\sigma_a = \gamma_{п} = a_{0п}/\sigma_{ап}$ , различных значениях параметра синхронизации  $D$ .

В общем случае, когда амплитуды сигналов содержат как регулярные, так и флуктуационные составляющие, отношение "сигнал/шум" имеет вид (как и в [7]):

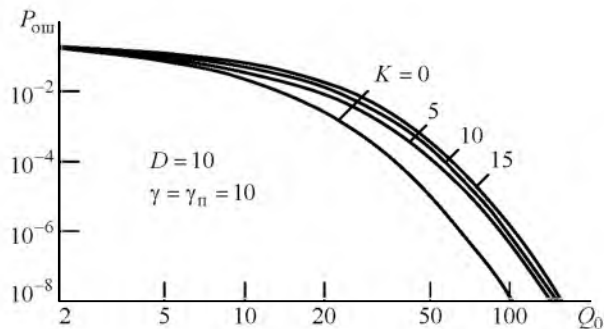


Рис. 3

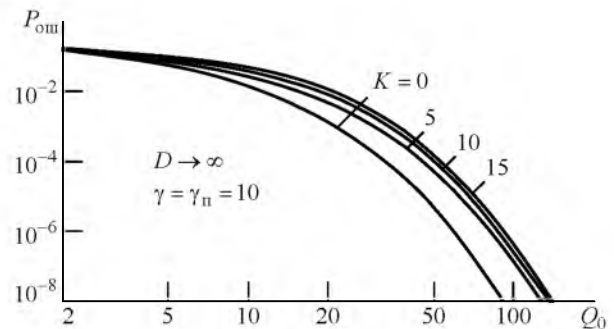


Рис. 4

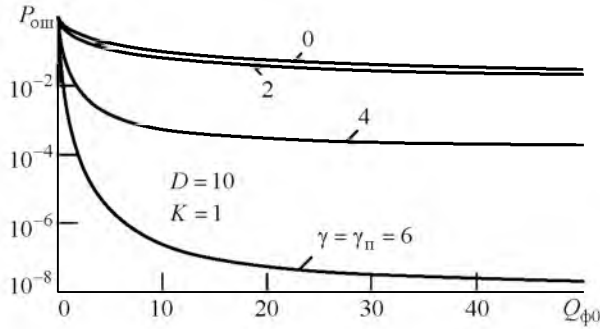


Рис. 5

$$Q_{\text{полн}} = \frac{a_0^2 + \sigma_a^2}{N_0} T = (\gamma^2 + 1) Q_{\text{ф0}} \approx \begin{cases} Q_{\text{ф0}}, & \gamma \ll 1; \\ Q_0, & \gamma \gg 1. \end{cases}$$

Поэтому проведение расчетов СВО оценивания значений информационных символов при  $\gamma \gg 1$  целесообразно приводить относительно  $Q_0$ , а в случае  $\gamma = 1$  – относительно  $Q_{\text{ф0}}$ . Все расчеты проводились при значениях баз сигналов  $L = 63$ .

Представленные на рис. 3, 4 зависимости СВО от отношения "сигнал/шум" для регулярной составляющей амплитуды сигнала  $Q_0 = a_0^2 T / N_0$ , рассчитанные по (15), соответствуют преобладанию у амплитуд сигналов регулярных составляющих. Указанные зависимости получены для  $\gamma = \gamma_{\text{п}} = 10$  при числе помеховых сигналов  $K = 0, 5, 10, 15$ . Кривые на рис. 3 рассчитаны при значении параметра, характеризующего качество синхронизации,  $D = 10$ , а на рис. 4 – при идеальной синхронизации ( $D \rightarrow \infty$ ).

Из хода кривых на рис. 3, 4 следует, что СВО оценивания значения информационного символа ФМШПС уменьшается с улучшением качества синхронизации (увеличением параметра  $D$ ) и с увеличением отношения "сигнал/шум". Минимальное СВО достигается при отсутствии помех ( $K = 0$ ) и возрастает с увеличением числа воздействующих взаимных помех.

На рис. 5, 6 приведены зависимости СВО оценивания значений информационных символов, несущих бит информации, от отношения "сигнал/шум" для флуктуационной составляющей амплитуды  $Q_{\text{ф0}}$  сигнала при различных значениях отношений регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд сигналов  $\gamma = \gamma_{\text{п}}$  (при  $D = 10$ ). Кривые на рис. 5 получены при одном помеховом

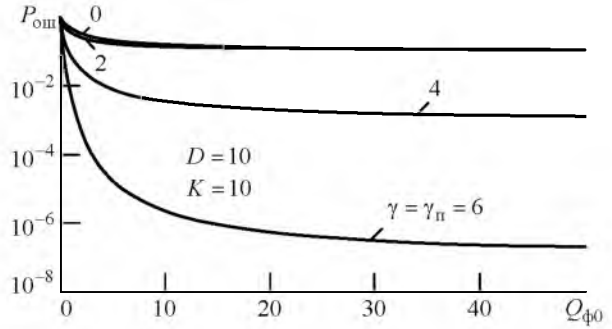


Рис. 6

сигнале ( $K = 1$ ), на рис. 6 – при десяти помеховых сигналах ( $K = 10$ ). Кривые, соответствующие значениям параметра  $\gamma = \gamma_{\text{п}} = 0$  и 1, рассчитаны с использованием выражения (19), а кривые, соответствующие значениям 4 и 6, – с использованием выражения (15).

Из хода кривых следует, что значения СВО оценивания бита информации уменьшаются с ростом отношения регулярной составляющей амплитуды сигнала к флуктуационной (увеличением параметра  $\gamma$ ). При возрастании отношения "сигнал/шум" значения СВО стремятся к пределу, определяемому величиной  $K/L$  – отношением числа воздействующих взаимных помех к значению базы сигнала.

Сравнение результатов, представленных на рис. 3–6, и выражений для СВО оценивания бита информации при когерентном приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией (15) и (19) с аналогичными выражениями и результатами расчетов, приведенными в работе [7] для когерентного приема ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, показывает, что увеличение СВО при использовании квадратурной фазовой модуляции объясняется увеличением уровня шумов, обусловленным наличием квадратурных каналов в приемнике ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией.

В настоящей статье получены аналитические соотношения для СВО оценивания значений информационных символов, несущих бит информации, при приеме в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры в общем случае, когда начальные фазы сигналов являются случайными, а амплитуды имеют регулярные и флуктуационные составляющие. Соотношения позволяют рассчитывать зависимости СВО от величин баз сигналов, количества и уровня воздействующих взаимных помех, величин отношений "сигнал/шум" и соотношений между регулярными и флуктуирующими составляющими амплитуд принимаемых сигналов, а также в зависимости от качества синхронизации.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ziemer R. E., Peterson R. L. Introduction to spread spectrum communications. New Jersey: Prentice Hall, 1995. 689 p.
2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / под ред. В. И. Борисова. М.: Радио и связь, 2003. 640 с.
3. Персли М. Б. Расширение спектра сигналов в пакетных радиосетях // ТИИЭР. 1987. Т. 75, № 1. С. 140–162.
4. Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. Вып. 2. С. 21–29.
5. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 678 с.
6. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи: в 2 т. М.: Сов. радио, 1961. Т. 1. 781 с.
7. Нахмансон Г. С., Стародубцева Е. А. Вероятность ошибки оценивания информационного символа в системах радиосвязи с фазоманипулированными широкополосными сигналами в условиях взаимных помех // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58, № 2. С. 154–162.

G. S. Nakhmanson

*Air force academy n. a. prof. N. E. Zhukovsky and Yu. A. Gagarin (Voronezh)*

S. V. Kozlov

*Voronezh state university*

### **Receiving of direct-sequence spread spectrum signal with quadrature phase-shift keying in case of multiple access interference and internal Gaussian noise**

*Receiving of the broadband phase modulated signal with quadrature phase-shift keying in case of multiple access interference and internal Gaussian noise has been considered. Bit error rate of broadband phase modulated signal with quadrature phase-shift keying has been obtained in case amplitudes of receiving signal and interferences have both regular and fluctuating components. Broadband phase modulated signal bit error rate as a function of signal-to-noise ratio, signal-to-interference ratio, number of interferences and false positive probability has been analyzed.*

Phase manipulated broadband signal, mutual interference, quadrature phase modulation, pseudorandom sequences, average error probability

Статья поступила в редакцию 11 февраля 2015 г.

УДК 528.854:681.883.6

В. С. Давыдов

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)*

## **Повышение помехозащищенности идентификации и распознавания гидролокационных сигналов от тел сложной формы на фоне реверберационных помех**

*Разработаны и проверены в гидроакустическом бассейне и в морских условиях методы идентификации и распознавания гидролокационных сигналов, отраженных от тел сложной геометрической формы. Показана их большая помехозащищенность по сравнению с известными методами распознавания. Приведено сравнение этих методов с методом обращения волнового фронта. Результаты моделирования позволяют объяснить известный факт применения дельфинами многоимпульсных зондирующих посылок с неравными расстояниями между импульсами.*

### **Гидролокационные сигналы, идентификация, распознавание, реверберация, классификационные признаки**

Многоальтернативное распознавание и идентификация гидролокационных сигналов и полей тел сложной геометрической формы, состоящих

из отдельных конструктивных элементов, размеры которых значительно превышают длины облучающих их волн, исследовались применительно к