УДК 621.396.96

А. В. Кваснов
ОАО НТЦ "Завод Ленинец"

Анализ прогнозируемых ошибок измерений дискретной следящей системы с использованием метода линеаризации при отслеживании высокоманевренных целей

Рассмотрена оценка вектора состояния высокоманевренной цели при ее радиолокационном измерении. Основной особенностью указанного типа целей является наличие радиальных ускорений, что отражается в уточненной модели прогнозируемой матрицы ошибок. Критерий оценки определяет оптимальные соотношения между независимыми величинами для уменьшения прогнозируемой ошибки измерения. На основе статистического моделирования получены результаты прогноза параметров траектории цели (дальность до цели, скорость, ускорение) при измерении вектора наблюдения прямым методом.

Радиолокационное измерение, маневрирующая цель, прогнозируемая матрица ошибок

В настоящее время задачи радиолокационных станций (РЛС) не ограничиваются только измерением дальности до цели и координат ее пеленга. По принципу действия РЛС являются дискретными следящими системами, получающими сигналы от цели и анализирующими их в виде последовательности шагов k, следующих с интервалом времени T. Ввиду развития технологий большой класс целей обладает помимо всего прочего и высокой маневренностью, что предопределяет увеличение неопределенности траектории цели и, как следствие, ошибку прогноза. Таким образом, ошибка прогноза определяется не только пространственным расположением наблюдаемого объекта, но и вектором скорости и радиальным ускорением. При анализе в данном случае удобно пользоваться гауссовско-марковскими моделями вероятностных характеристик изменения дискретного векторного параметра за каждый шаг [1]. В общем случае такую модель можно представить в виде

$$\boldsymbol{\alpha}_{k+1} = b_k\left(\boldsymbol{\alpha}_k\right) + \boldsymbol{\mu}_k,$$

где $\boldsymbol{\alpha}_{k+1}$, $\boldsymbol{\alpha}_k$ – прогнозируемый и действующий векторы состояния параметров объекта соответственно; $b_k\left(\boldsymbol{\alpha}_k\right)$ – функция векторного аргумента $\boldsymbol{\alpha}_k$ (в общем случае нестационарная и нелинейная); $\boldsymbol{\mu}_k$ – векторная случайная величина, характеризующая маневренность цели.

Поскольку в общем случае задача нахождения многомерной случайной величины $\boldsymbol{\mu}_k$ нетривиальна и требует априорных знаний об объекте наблюдения, оптимальным способом является использование линейных стохастических уравнений [1]. Такой подход предусматривает модель прямолинейного равноускоренного движения цели, а отклонение от него – маневр цели – рассматривает как случайное возмущение.

Важной особенностью рассматриваемой модели является учет детерминированной нелинейной связи вектора $\boldsymbol{\alpha}_k$ с вектором наблюдения $\boldsymbol{\Theta}_k$, характерной для радиолокационного измерения. Если учесть, что динамика изменения оценки вектора состояния не столь велика, при разложении функции $b_k\left(\boldsymbol{\alpha}_k\right)$ в ряд Тейлора вокруг этой оценки можно ограничиться двумя членами [1]. Данный вопрос хорошо освещен в [2].

Важным моментом при моделировании дискретной следящей системы будет предположение о гауссовском законе распределения прогнозируемых данных. Подобная модель позволит использовать для оценки параметров движения объекта, маневрирующего в пространстве на заданном интервале времени, адаптивные фильтры [3], [4].

Целью настоящей статьи является исследование повышения достоверности результатов радиолокационных измерений высокоманевренной цели при описании ее движения с помощью линейных стохастических уравнений.

Рассмотрим вариант отслеживания высокоманевренного объекта с помощью РЛС. Поскольку задача построения математической модели формализуется только на начальном этапе – этапе завязки траектории, то для ее описания необходимо применять алгоритмы с фиксированной структурой [3].

Для дискретной следящей системы, реализующей фильтрацию оценок, справедливо следующее уравнение [1]:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1} = b_k\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k\right) + C_{k+1}^{-1}\left[\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1} - b_k\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k\right)\right], \qquad (1)$$

где C_{k+1} – корреляционная матрица априорных ошибок измерений.

Данное уравнение является основным линеаризованным уравнением квазилинейной рекуррентной фильтрации оценок вектора **a** в случае прямого измерения. Прогноз производится с помощью функции $b_k\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k\right)$, корректируемой в общем случае на каждом шагу. Невязка текущей $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1}$ оценки и данных прогноза $b_k\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k\right)$ с весом, определяемым матрицей C_{k+1}^{-1}, добавляется к прогнозируемой оценке, что и дает результирующую оценку.

Корреляционная матрица априорных ошибок измерения из уравнения (1) выражается следующим образом:

$$C_{k+1} = \left(B_k C_k^{-1} B_k^{\mathrm{T}} + Q_k\right)^{-1} + C_{y(k+1)}, \qquad (2)$$

где B_k – динамическая матрица пересчета; C_k – матрица точности измерения; Q_k – корреляционная матрица дискретного маневра цели; $C_{y(k+1)}$ – корреляционная матрица текущих ошибок измерения (матрица точности); $^{\mathrm{T}}$ – символ транспонирования.

Уравнение (2) определяет матрицу точности результирующего измерения на $(k+1)$-м шаге C_{k+1}, обращение которой задает матричный коэффициент невязок C_{k+1}^{-1} на этом шаге. В дальнейшем анализе выражения (2) слагаемым $C_{y(k+1)}$, определяющим матрицу точности $(k+1)$-го измерения, можно пренебречь [1]. Физический смысл данной операции заключается в том, что при отсутствии данного слагаемого на $(k+1)$-м шаге произведен переход от фильтрации сигнала к его прогнозированию без учета начального состояния системы, но с учетом предыдущей оценки [1].

При условии, что b_k можно аппроксимировать линейной функцией, а результаты оценок $\hat{\mathbf{a}}_k$ сколь угодно мало отличаются друг от друга, матрица прогнозируемых ошибок для высокоманевренного объекта приобретет вид

$$C_{k+1} = \left(B_k C_k^{-1} B_k^{\mathrm{T}} + Q_k\right)^{-1}.$$

Для определения погрешности Q_k, связанной с маневрированием объекта наблюдения, воспользуемся результатами [5]:

$$Q_k = U_k \overline{\mathbf{aa}^{\mathrm{T}}} U_k^{\mathrm{T}},$$

где U_k – матрица, учитывающая влияние ускорений на переменные состояния цели; **a** – вектор ускорений в пространственной системе координат $0xyz$ с одинаковыми дисперсиями σ_a^2 по всем трем осям.

В дальнейшем рассмотрении полагаем равновероятностный характер ускорений цели по трем координатам. Это условие отражает модель поведения реальных воздушных объектов, а также снижает объем вычислений при разложении каждого элемента матрицы в базис трехмерного пространства.

Таким образом, для дискретной следящей системы, реализующей фильтрацию оценок, результирующая матрица ошибок маневрирующей цели при условии линеаризации функции $b_k\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k\right)$ примет вид

$$C_{k+1}^{-1} = B_k C_k^{-1} B_k^{\mathrm{T}} + U_k \overline{\mathbf{aa}^{\mathrm{T}}} U_k^{\mathrm{T}}.$$

Проанализируем полученный результат при условии нормального закона распределения ошибок наблюдаемых параметров. Вектор состояния объекта зададим в виде $\mathbf{X} = \left[D_{\text{с}} \;\; v_{\text{с}} \;\; a_{\text{с}}\right]$, вектор наблюдения – в виде $\mathbf{Z} = \left[D_{\text{н}} \;\; v_{\text{н}} \;\; a_{\text{н}}\right]$, где D, v, a – дальность объекта, скорость и ускорение ее изменения, причем индекс "с" указывает на переменные состояния, получаемые в результате вычислений, а индекс "н" – на наблюдаемые переменные.

Измерения состояния объекта производятся в дискретные моменты времени с интервалом T. В промежутках между измерениями матрица ошибок минимизируется с учетом дискретных отсчетов. Шаг дискретизации выбирается из учета $\tau = T/k$, $k \gg 1$ – целое. Указанная дискретизация измерений позволяет априори линеаризовать функцию вектора состояния $b_k\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k\right)$, в результате чего уравнения, описывающие связь вектора состояния с вектором наблюдения, примут вид

$$
\begin{cases}
D_{\text{н}}(k) = \hat{D}(k-1) + \hat{v}(k-1)t + \hat{a}(k-1)\left(t^2/2\right); \\
v_{\text{н}}(k) = \hat{v}(k-1) + \hat{a}(k-1)t; \\
a_{\text{н}}(k) = \hat{a}(k-1),
\end{cases}
\tag{3}
$$

где $\ddot{D}(k-1)$, $\hat{v}(k-1)$, $\hat{a}(k-1)$ – оценки значений дальности, скорости и ускорения на $(k-1)$-м шаге.

Продифференцировав в системе (3) i-е уравнение по j-му параметру, получим динамическую матрицу пересчета:

$$
B_k = \frac{db^i}{da^j} = \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
$$

При определении маневра цели матрица ошибок приобретает следующий вид:

$$
Q_k = \begin{pmatrix} \sigma_a^2 t^4/4 & \sigma_a^2 t^3/2 & \sigma_a^2 t^2/2 \\ \sigma_a^2 t^3/2 & \sigma_a^2 t^2/2 & \sigma_a^2 t \\ \sigma_a^2 t^2/2 & \sigma_a^2 t & \sigma_a^2 \end{pmatrix},
$$

где σ_a – среднеквадратическое отклонение (СКО) ускорения.

Результирующая обратная матрица прогнозируемых ошибок с учетом данных вектора состояния и маневрирования цели приняла следующий вид:

$$
C_{k+1}^{-1} = \begin{pmatrix}
\dfrac{\left(4\sigma_D^2\sigma_v^2 + \sigma_D^2\sigma_v^2\sigma_a^4\right)t^4 + 4\sigma_D^2\sigma_a^2 t^2 + 4\sigma_v^2\sigma_a^2}{4\sigma_D^2\sigma_v^2\sigma_a^2} & \dfrac{\left(2\sigma_v^2 + \sigma_v^2\sigma_a^4\right)t^3 + 2\sigma_a^2 t}{2\sigma_v^2\sigma_a^2} & \dfrac{\left(2+\sigma_a^4\right)t^2}{2\sigma_a^2} \\
\dfrac{\left(2\sigma_v^2 + \sigma_v^2\sigma_a^4\right)t^3 + 2\sigma_a^2 t}{2\sigma_v^2\sigma_a^2} & \dfrac{\left(\sigma_v^2\sigma_a^4 + \sigma_v^2\right)t^2 + \sigma_a^2}{\sigma_v^2\sigma_a^2} & \dfrac{\left(1+\sigma_a^4\right)t}{\sigma_a^2} \\
\dfrac{\left(2+\sigma_a^4\right)t^2}{2\sigma_a^2} & \dfrac{\left(1+\sigma_a^4\right)t}{\sigma_a^2} & \dfrac{1+\sigma_a^4}{\sigma_a^2}
\end{pmatrix},
\tag{4}
$$

где σ_D, σ_v – СКО дальности и скорости соответственно.

Полученная матрица определяет прогнозируемые ошибки измерений отслеживаемого высокоманевренного объекта при прямом измерении его положения и линеаризованной функции $b_k\left(\hat{\mathbf{a}}_k\right)$.

В ходе проделанной работы проведен анализ уравнения (3). Получившаяся матрица – симметричная, значит, по ее инвариантам можно построить поверхность второго порядка – эллипсоид прогнозируемых ошибок. Задача его оценки сводится к нахождению собственных значений и собственных векторов данной матрицы. Аналитическое определение собственных значений и векторов затруднительно, поэтому был проведен численный анализ выражения (4). При этом учитывались соотношения, определяющие разрешающие способности РЛС исходя из параметров излучаемого сигнала. Разрешающие способности определяют дисперсии соответствующих величин в матрице ошибок:

– разрешающей способности по дальности:

$$
\delta D = c\tau_{\text{и}}/2;
$$

– разрешающей способности по скорости:

$$
\delta v = \lambda/\left(2T_{\text{нак}}\right);
$$

– разрешающей способности по ускорению:

$$
\delta a = 2.37\lambda/T_{\text{нак}}^2,
$$

где $\tau_{\text{и}}$ – длительность импульса; λ – длина волны излучаемого сигнала; $T_{\text{нак}}$ – время накопления.

Пусть РЛС работает когерентными пачками зондирующих импульсов со следующими параметрами: $\lambda = 5.5$ см, $\tau_{\text{и}} = 2$ мкс. Прогноз матрицы ошибок делался на каждый последующий шаг, т. е. для $t = 1$ с.

По результатам анализа установлено, что наибольшим отклонениям среди прогнозируемых параметров подвержена оценка дальности до цели, а оценки скорости и ускорения меняются в существенно меньших пределах. Полученный результат обусловлен только выбором времени когерентного накопления сигнала.

В ходе численного анализа установлена зависимость оценки дисперсии дальности до цели от времени накопления сигнала (рис. 1). Точность определения дальности до цели непосредственно зависит от времени накопления когерентных зондирующих импульсов и носит нелинейный характер. Оптимизацию оценки необходимо производить, исходя из длины волны излучаемого сигнала и времени накопления пачек радиоимпульсов. Как следует из графика, даже малое изменение $T_{\text{нак}}$ может привести к резкому увеличению оценки дальности до цели, что делает нецелесообразным использование следящей системы.

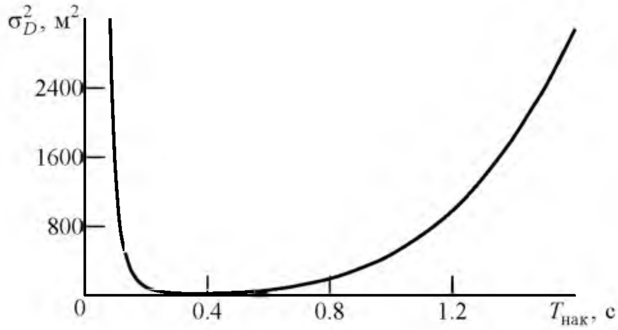

Рис. 1

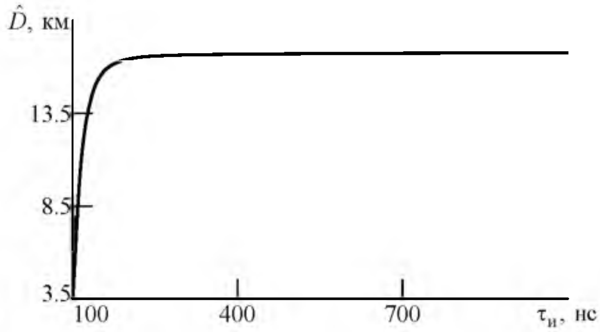

Рис. 2

Возможны иные варианты алгоритма построения системы для маневрирующих целей, а также их математические модели. Детальное рассмотрение такого подхода приведено в [5].

Также установлено, что оценка дальности до цели практически не зависит от длительности излучаемого импульса (рис. 2). Данная зависимость носит нелинейный характер лишь на участке, где длительность импульса соизмерима с длиной волны сигнала.

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

По результатам моделирования отслеживания высокоманевренной цели с использованием дискретного следящей системы оценок измерений был получен эллипсоид прогнозируемых ошибок. Дисперсии этих ошибок – расстояние, скорость и ускорение – зависят от характеристик излучаемого радиолокационного сигнала: его частоты и времени накопления.

С помощью численного анализа установлено, что при равноускоренном маневрировании цели во всех направлениях наиболее подвержена изменению оценка дальности. При условии линеаризации функции вектора состояния оценка дальности оптимизируется выбором длительности когерентного накопления сигнала и его длиной волны. При этом оценка дальности измерения практически не зависит от длительности импульса излучаемого РЛС сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.

2. Просов А. В. Анализ влияния ошибок линеаризации результатов радиолокационных измерений на достоверность отождествления данных от разнесенных радиолокационных станций // Системы обработки информации. 2008. Вып. 5 (72). С. 104–106.

3. Раевский Н. В., Киселёва А. А., Лютая М. В. Применение алгоритма классического линейного фильтра Калмана для оценки параметров движения маневрирующего в пространстве объекта // Мат. моделирование и управление проектами. 2011. № 2. С. 85–90.

4. Bar-Shalom Y., Chen H. Multisensor track-to-track association for tracks with dependent errors // J. of advances in inform. fusion. 2006. Vol. 1, № 1. P. 3–12.

5. Черняк В. С. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993. 383 с.

A. V. Kvasnov
JSC "Zavod Leninetz"

Analysis of predicted errors of measurements of discrete watching system with use of a method of linearization when tracking the high-maneuverable purposes

The question of assessing the state vector highly maneuverable target in its radar measurements is examined. The main feature of this type of target is the presence of radial acceleration, which is reflected in the improved model forecast error matrix. Evaluation criterion defines ratio between independent variables to reduce the predicted measurement error. Based on statistical modeling the results of the forecast trajectory targets parameters (target range, velocity, acceleration) are showed as measured by the direct method of observation vector.

Radar measurement, maneuvering target, forecast error matrix

Статья поступила в редакцию 18 июня 2014 г.