УДК 621.396.9

В. А. Данилов
Северокавказский филиал Московского технического университета связи и информатики (Ростов-на-Дону)
Л. В. Данилова
Ростовский государственный университет путей сообщения

Анализ эффективности амплитудного подавления синусоидальных помех

Рассмотрен анализ эффективности подавления негауссовской помехи с райсовским распределением огибающей. Исследованы асимптотические значения найденных характеристик. Определена эффективность упрощенной обработки огибающей принятого колебания. Выполнен анализ эффективности амплитудного подавления (АП) синусоидальной помехи, содержащей в своем составе гармоническое колебание с произвольной угловой модуляцией. Отдельно рассмотрено помеховое воздействие с радио- и видеочастотными спектрами, а также проанализирована ситуация, когда спектр помехи соизмерим со спектром сигнала. Приведен асимптотический анализ характеристик эффективности АП, соответствующих бесконечно большому значению параметра распределения негауссовской помехи. Проанализирована эффективность применения упрощенной обработки огибающей принятого колебания.

Негауссовская помеха, амплитудное подавление, эффективность подавления, колебательная характеристика

Случайные процессы в виде суммы модулированного гармонического колебания (ГК) и гауссовского шума (ГШ) часто встречаются в практике радиотехнических расчетов [1]. Такие случайные процессы описывают широкий класс негауссовских помех, которые будем называть синусоидальной помехой (СП). В аналитической форме СП записывается в виде суммы:

$$\begin{aligned} x(t) &= y(t) + n(t) = \\ &= A_0 \cos\left[\omega_0 t + \Phi(t) + \theta\right] + n(t), \end{aligned} \qquad (1)$$

где $y(t) = A_0 \cos\left[\omega_0 t + \Phi(t) + \theta\right]$ – ГК с постоянными амплитудой A_0 и частотой ω_0, имеющее случайную начальную фазу θ, равномерно распределенную на интервале $[0,\ 2\pi]$, и произвольную угловую модуляцию $\Phi(t)$; $n(t)$ – "белый" гауссовский шум, характеризующий собственный шум приемника.

В основе зашиты от помехи негауссовского типа лежит применение в схеме приемника узла амплитудного подавления (АП), в котором используется нелинейный преобразователь (НП), амплитудная характеристика (АХ) которого согласуется с распределением $w_1(x)$ мгновенных значений помехи (1) либо с распределением $W(A)$ огибающей этого колебания с узкополосным спектром [2].

Цель настоящей статьи – анализ эффективности метода АП мощной синусоидальной помехи (1) с радио- и видеочастотными спектрами, для которой параметр распределения стремится к бесконечности.

Вероятностные характеристики помехи. Распределение мгновенных значений суммы (1) для нормированной переменной $x^*(t) = x(t)/A_0$ определяется соотношением [1]

$$w_1(x^*) = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_0^{2\pi} \exp\left[-\alpha\left(x^* - \cos\varphi\right)^2\right] d\varphi. \qquad (2)$$

Вид этого распределения зависит от параметра $\alpha = A_0^2 / \left(2\sigma_{\text{ш}}^2\right)$, равного отношению мощности слагаемого $y(t)$ к мощности $\sigma_{\text{ш}}^2$ ГШ. Колебание (1) имеет огибающую, если слагаемые $y(t)$ и $n(t)$ являются узкополосными процессами. Огибающая A_x смеси (1) распределена по обобщенному закону Рэлея [1], который для нормированной переменной $A = A_x / A_0$ имеет вид

$$W(A) = 2\alpha A \exp\left[-\alpha\left(A^2 + 1\right)\right] I_0(2\alpha A). \qquad (3)$$

Распределения (2), (3) связаны функциональным соотношением [1]

$$w_1(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} W(|x|\operatorname{ch} z)\,dz, \qquad (4)$$

позволяющим определять функцию $w_1(x)$ при аппроксимации распределения $W(A)$.

Для анализа эффективности метода АП мощной негауссовской помехи (1) необходимо определить вид распределений (2), (3) при $\alpha \gg 1$. Распределение (2) при $\alpha \to \infty$ переходит в распределение вида [1]

$$w_1(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, \qquad (5)$$

тогда как распределение огибающей (3) принимает вид дельта-функции

$$W(A) = \delta(A - A_0). \qquad (6)$$

Предельные распределения (5), (6) в дальнейших расчетах использовать затруднительно, так как они не содержат параметра помехи α. Поэтому указанные распределения целесообразно видоизменить таким образом, чтобы они включали в себя этот параметр. Распределение (5), соответствующее большим значениям α, будем называть модифицированной плотностью вероятности (МПВ). Для определения МПВ воспользуемся тем обстоятельством, что при достаточно больших α распределение огибающей (3) описывается нормальным законом с параметрами $(A_0, \sqrt{2}\sigma)$. Учитывая это обстоятельство, с помощью соотношения (4) получим МПВ в форме

$$\hat{w}_1(x) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\cdot e^{-\alpha/2} \times$$
$$\times \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{\alpha}{2}\left(x^2 \operatorname{ch}^2 z - 2|x|\operatorname{ch} z\right)\right] dz. \qquad (7)$$

Распределение (7) при $\alpha \to \infty$ переходит в (5), однако оно содержит величину α, что существенно упрощает расчеты с использованием найденной функции.

Оценим степень соответствия распределений (2) и (7), вычислив для них моментные функции произвольного порядка:

$$m_{2k} = \frac{(2k-1)!!}{(2\alpha)^k} L_k(-\alpha) \qquad (8)$$

– для распределения (2), где $L_k(\cdot)$ – полином Лаггера [3];

$$\hat{m}_{2k} = (-1)^k \frac{(2k-1)!!}{(2\alpha)^k (2k)!!} H_{2k}\left(-i\sqrt{\frac{\alpha}{2}}\right) \qquad (9)$$

– для распределения (7), где $H_{2k}(\cdot)$ – полином Эрмита [4].

Выражения первых трех моментов, найденных по формулам (8), (9), приведены в таблице. Как из нее следует, распределения (2) и (7) имеют совпадение лишь для моментов второго порядка.

k	m_{2k}	$\hat{m}_{2k}$
1	$\frac{(1+\alpha)}{2\alpha}$	$\frac{(1+\alpha)}{2\alpha}$
2	$\frac{3(1+4/\alpha+2/\alpha^2)}{8}$	$\frac{3(1+6/\alpha+3/\alpha^2)}{8}$
3	$\frac{5(1+9/\alpha+18/\alpha^2+6/\alpha^3)}{16}$	$\frac{5(1+15/\alpha+45/\alpha^2+15/\alpha^3)}{16}$

Моменты более высоких порядков отличаются друг от друга, однако при $\alpha \to \infty$ они также становятся идентичными. Следовательно, распределение (7) можно использовать в качестве предельной функции, соответствующей (2) при $\alpha \to \infty$.

Радиочастотный спектр помехи. Эффективность АП на радиочастоте определяется коэффициентом, характеризующим меру изменения отношения сигнал/помеха за счет включения НП в тракт приемника:

$$\mu_{\text{р}} = q_{\text{НП}} / q_{\text{вх}}, \qquad (10)$$

где $q_{\text{НП}}$ – отношение сигнал/помеха на выходе НП; $q_{\text{вх}}$ – отношение сигнал/помеха на входе НП.

При произвольной АХ НП $f(x)$ коэффициент (10) определяется соотношением [2]

$$\mu_{\text{р}} = \frac{1}{4} M_2 \frac{\left\{\int_0^{\infty}\left[\frac{g(A)}{A} + g'(A)\right] W(A)\,dA\right\}^2}{\int_0^{\infty} g^2(A) W(A)\,dA}, \qquad (11)$$

где M_2 – второй начальный момент плотности вероятности $W(A)$;

$$g(A) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(A\cos\varphi)\cos\varphi\, d\varphi$$

– колебательная характеристика (КХ) по первой гармонике для НП с АХ $f(x)$.

Задача оптимизации АХ применяемого НП сводится к нахождению функции $g_0(A)$, при которой коэффициент (11) достигает максимального значения. Оптимальная КХ имеет вид [2]

$$g_0(A) = -\frac{d}{dA}\ln\left[\frac{W(A)}{A}\right], \qquad (12)$$

и при этом максимальное значение коэффициента (11) определяется как

$$\mu_{р0} = \frac{1}{4}M_2\int_0^\infty g_0^2(A)W(A)\,dA. \qquad (13)$$

Выполним расчеты по (12), (13) для негауссовской радиопомехи с распределением огибающей в форме (3) и проанализируем их для $\alpha \gg 1$. Подставив (3) в (12), найдем:

$$g_0(A) = 2\alpha\left[A - \frac{I_1(2\alpha A)}{I_0(2\alpha A)}\right], \qquad (14)$$

где $I_0(\cdot)$, $I_1(\cdot)$ – функции Бесселя нулевого и первого порядков соответственно.

По найденной функции (14) определим ее усредненное выражение:

$$\left\langle g_0^2(A)\right\rangle =$$

$$= 4\alpha^2\left[\left\langle A^2\right\rangle + \left\langle\frac{I_1^2(2\alpha A)}{I_0^2(2\alpha A)}\right\rangle - 2\left\langle A\frac{I_1(2\alpha A)}{I_0(2\alpha A)}\right\rangle\right], \qquad (15)$$

где $\langle\cdot\rangle$ – символ статистического усреднения с учетом распределения $W(A)$. Для последнего слагаемого в (15) с учетом (3) имеем:

$$\left\langle A\frac{I_1(2\alpha A)}{I_0(2\alpha A)}\right\rangle = 2\alpha e^{-\alpha}\int_0^\infty A^2 e^{-\alpha A^2} I_1(2\alpha A)\,dA.$$

Взяв интеграл с помощью [4], получим:

$$\left\langle A\frac{I_1(2\alpha A)}{I_0(2\alpha A)}\right\rangle = 1. \qquad (16)$$

Усреднение второго слагаемого в (15) при достаточно больших значениях α выполним для вырожденной плотности вероятности в форме (6) при $A_0 = 1$:

$$\left\langle\frac{I_1^2(2\alpha A)}{I_0^2(2\alpha A)}\right\rangle = \frac{I_1^2(2\alpha)}{I_0^2(2\alpha)}. \qquad (17)$$

Полученное выражение является приближенным, соответствующим бесконечно большим значениям α.

Формулу (17) можно значительно упростить, если воспользоваться асимптотическим представлением функции Бесселя [4], справедливым при $z \gg 1$:

$$I_0(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}. \qquad (18)$$

Асимптотическое представление функции $I_1(z)$ получим с помощью равенства [4]

$$I_1(z) = \frac{dI_0(z)}{dz}. \qquad (19)$$

Из (18) и (19) имеем:

$$I_1(z) = I_0(z)\left[1 - 1/(2z)\right]. \qquad (20)$$

Подставив значение (16) в (15), приняв во внимание соотношения (13), (20), а также выражение момента $M_2 = (1+\alpha)/\alpha$, пренебрегая членами второго порядка малости, окончательно найдем:

$$\mu_{р0} = \alpha/2. \qquad (21)$$

Полученное значение характеризует эффективность оптимального АП негауссовской помехи со спектром полосового типа при $\alpha \gg 1$. Этот результат согласуется с результатами [5], полученными по другой методике.

Значение (21) целесообразно сопоставить с аналогичными результатами, вытекающими из асимптотического представления функции (14). В [5] анализируется КХ вида

$$g(A) = 2\alpha(A-1), \qquad (22)$$

соответствующая (14) при условии $I_0(z) = I_1(z)$.

Определим эффективность АП с учетом (22) двумя методами. Найдем параметр μ_1 по формуле (11) и сопоставим найденное выражение с выражением μ_2, определенным с помощью (13). Подставив (22) в (11), после ряда элементарных преобразований получим:

$$\mu_1 = \frac{1}{4}M_2\frac{(2-M_{-1})^2}{M_2 - 2M_1 + 1}, \qquad (23)$$

где моменты M_{-1}, M_1, M_2 для плотности вероятности (3) имеют вид [6]

$$M_{-1} = \sqrt{\pi\alpha}\cdot e^{-\alpha/2} I_0(\alpha/2);$$

$$M_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\cdot e^{-\alpha/2}\left[(1+\alpha)I_0(\alpha/2) + \alpha I_1(\alpha/2)\right];$$

$$M_2 = (1+\alpha)/\alpha.$$

Использовав асимптотические представления (18), (20) для функций Бесселя, получим значения моментных функций

$$M_{-1} = M_1 = 1, \qquad (24)$$

справедливых при $\alpha \to \infty$. В таком случае (23) дает асимптотическую оценку эффективности:

$$\mu_1 = \alpha/4. \qquad (25)$$

Для характеристики по формуле (13) с учетом (22), (24) получим приближенное значение

$$\mu_2 = \alpha^2 M_2 \left(M_2 - 2M_1 + 1 \right) = \alpha. \qquad (26)$$

Полученные выражения (25), (26) следует считать оценочными, вытекающими из приближенной формулы (22). При этом (25) дает значения, в 2 раза меньшие оптимальных значений, получаемых по (21), а (26) – значения, в 2 раза большие этих значений. Таким образом, использование упрощенной обработки огибающей в форме (22) вместо оптимальной характеристики требует дополнительного обоснования эффективности АП с учетом полученных оценочных выражений (25), (26).

Видеочастотный спектр помехи. При произвольной АХ НП $f(x)$ коэффициент подавления при таком спектре следует определять по формуле [2]

$$\mu = P_{\text{п}} \frac{\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} f'(x) w_1(x) dx \right]^2}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2(x) w_1(x) dx}, \qquad (27)$$

где $P_{\text{п}} = M_2/2$ – мощность помехи на входе приемника. Величина (27) достигает максимального значения при оптимальной АХ НП, которая определяется как [2]

$$f_0(x) = -\frac{d}{dx} \ln w_1(x). \qquad (28)$$

Оптимальное выражение (27) в этом случае имеет вид

$$\mu_0 = P_{\text{п}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_0^2(x) w_1(x) dx. \qquad (29)$$

Для распределения в форме (5), подставив его в (28), получим АХ:

$$f_0(x) = -x/\left(1 - x^2\right). \qquad (30)$$

Выражения (29), (30) приводят к вырожденному значению $\mu_0 \to \infty$. Поэтому в данном случае следует воспользоваться исходным распределением в форме (2) либо его модификацией (7). Итоговые данные расчетов в обоих случаях при $\alpha \gg 1$ дают одинаковые значения, однако расчеты с использованием (7) обеспечивают лучшую сходимость результатов. Это позволяет выполнять расчеты при весьма больших $\alpha \geq 10\,000$. В результате численного анализа с использованием (7), (29) найдем асимптотическую характеристику:

$$\mu_0 = \alpha/4. \qquad (31)$$

Полученное значение характеризует эффективность АП мощной негауссовской помехи с видеочастотным спектром. Такое подавление характерно при использовании схемы АП после синхронного (фазового) детектора. Отметим, что (31) дает значения, совпадающие с данными аналогичных расчетов [7], выполненными с применением исходного распределения (2).

Сопоставив величины (25) и (31), получим, что эффективность АП на видео- и радиочастотах с использованием КХ в форме (22) обеспечивают одинаковую асимптотическую эффективность.

Спектр помехи, соизмеримый со спектром сигнала. Рассмотренные ранее характеристики эффективности АП для СП с радио- и видеочастотными спектрами можно использовать, если спектр помехи существенно шире спектра сигнала. В том случае, когда спектр помехи соизмерим со спектром сигнала, структура АП видоизменяется. Данный вариант исследован в [8]. При этом характеристика НП определяется с помощью КХ в форме

$$h_0^2(A) = g_0^2(A) - \frac{2}{\pi} \int\limits_0^A \frac{f_0^2(x) dx}{\sqrt{A^2 - x^2}}. \qquad (32)$$

Характеристику $h_0(A)$ назовем комбинированной колебательной характеристикой (ККХ), так как она определяется с помощью комбинации функций $g_0(x)$ и $f_0(x)$, определяемых по формулам (12) и (28) соответственно.

Эффективность применения ККХ в форме (32) при произвольных значениях α определяется эквивалентным значением [8]

$$\mu_{\text{э}} = 2\mu_{\text{р}0} - \mu_0, \qquad (33)$$

в котором коэффициенты $\mu_{\text{р}0}$, μ_0 определяются соотношениями (13), (29) соответственно. Учитывая указанные выражения для коэффициентов $\mu_{\text{р}0}$ и μ_0, соответствующих (21), (31) при $\alpha \gg 1$, для коэффициента (33) получим:

$$\mu_{\text{э}} = (3/4)\alpha. \qquad (34)$$

Сопоставив (31) и (34), заключаем, что эффективность применения ККХ в оптимальном случае в 3 раза больше эффективности АП на видеочастоте.

В настоящей статье получены выражения для асимптотической эффективности метода АП при действии мощной негауссовской помехи вида (1). Результаты анализа сопоставлены для СП с радио- и видеочастотными спектрами. Отдельно рассмотрен случай воздействия помехи, спектр которой соизмерим со спектром сигнала. Асимптотическая эффективность метода АП в последнем случае в 3 раза выше эффективности АП на видеочастоте.

Полученные данные можно использовать при решении инженерных задач для оценки эффективности подавления СП с применением метода АП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.

2. Теория обнаружения сигналов / П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович и др.; под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984. 440 с.

3. Построение судового радиооборудования / П. П. Бескид, В. Г. Валеев, В. И. Викторов и др. Л.: Судостроение, 1982. 232 с.

4. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

5. Валеев В. Г. Повышение эффективности радиолокационного обнаружения мелких морских целей // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 3. С. 60–67.

6. Данилов В. А. Об эффективности амплитудного подавления синусоидальных помех // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29, № 9. С. 1836–1838.

7. Антонов О. Е. К вопросу оптимального обнаружения сигналов в присутствии амплитудно-частотно-модулированного колебания // Радиотехника и электроника. 1967. Т. 12, № 5. С. 904–906.

8. Данилов В. А., Данилов А. В. Оптимальное обнаружение сигналов на фоне негауссовских узкополосных помех // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 3. С. 15–23.

V. A. Danilov

North Caucasian branch of the Moscow technical university of communications and informatics (Rostov-on-Don)

L. V. Danilova

Rostov state university of transport communications

The performance analysis of amplitude suppression of sinusoidal hindrances

The problem of the performance analysis of non-Gaussian amplitude suppression with distribution of envelope is considered. The asymptotic values of the characteristics are investigated. The efficiency of simplified processing of envelope of accepted oscillations is determined.

The analysis of amplitude suppression of sinusoidal hindrance with harmonic vibration with free angle modulation is conducted. The influence of hindrance with radio- and video-frequency spectrum is considered separately. The situation when the spectrum of signal and the spectrum of hindrance are commensurable numbers is analyzed. The asymptotic analysis of characteristics of amplitude suppression efficiency which corresponds to the infinitely large value of the parameter of the non-Gaussian hindrance distribution is presented. The efficiency of applying of simplıfied processing of envelope of accepted oscillation is analyzed.

Non-Gaussian hindrance, amplitude suppression, efficiency suppression, oscillating characteristic

Статья поступила в редакцию 10 мая 2015 г.