УДК 621.396.96

В. А. Данилов
Московский технический университет связи и информатики (Северо-Кавказский филиал (Ростов-на-Дону))
Л. В. Данилова
Ростовский государственный университет путей сообщения

Анализ трактов амплитудного подавления негауссовских помех с предельными вероятностными характеристиками

Проанализированы характеристики эффективности метода амплитудного подавления (АП) негауссовских помех, обладающих предельными вероятностными характеристиками (ПВХ). Плотностью вероятности предельного типа называется такое распределение негауссовской помехи, при котором амплитудная характеристика оптимального нелинейного преобразователя (НП) в схеме АП представляется в виде "жесткого" ограничителя. Определена ПВХ для канала АП при полосовом спектре помехи. Приведены характеристики оптимальных НП со структурой, порождаемой распределениями предельного типа.

Негауссовская помеха, амплитудное подавление, предельные вероятностные характеристики, амплитудная характеристика

В задачах с помеховыми воздействиями негауссовского типа особый интерес представляет анализ эффективности трактов амплитудного подавления (АП) с использованием в схеме АП безынерционного нелинейного преобразователя (НП) [1]. Амплитудная характеристика (АХ) оптимального НП и разнообразные способы их аппроксимации рассмотрены в [2], [3]. Показано, что для некоторых видов помеховых воздействий АХ оптимального НП вырождается в "жесткий" ограничитель с характеристикой вида

$$f(x)=\begin{cases}+a,\ x>0;\\ -a,\ x<0,\end{cases} \qquad (1)$$

где a – произвольная константа.

Такое вырождение нелинейной АХ характерно как для видеочастотного тракта АП, так и для радиочастотной схемы АП при негауссовских помехах со спектром полосового типа. При этом в обоих случаях представление характеристики НП в форме (1) может быть оптимальным для класса негауссовских помех, обладающих вероятностными характеристиками, которые назовем предельными вероятностными характеристиками (ПВХ).

Дадим следующее определение. Плотностью вероятности предельного типа будем называть такое распределение негауссовской помехи, при котором АХ оптимального НП представляется в виде (1). Например, для широкополосного тракта АП ПВХ служит распределение лапласовского типа [4] с плотностью вероятности

$$w_1(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2}}\exp\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x|\right), \qquad (2)$$

где σ – параметр этого распределения. Действительно, оптимальная АХ НП в структуре видеочастотного тракта АП определяется для заданной плотности вероятности формулой вида [1]

$$f_0(x)=-(d/dx)\ln w_1(x). \qquad (3)$$

Подставив (2) в (3), получим:

$$f_0(x)=\begin{cases}\sqrt{2/\sigma},\ x>0;\\ -\sqrt{2/\sigma},\ x<0.\end{cases}$$

Следовательно, в данном случае оптимальная АХ идентична выражению (1).

Цель настоящей статьи – исследование и анализ характеристик эффективности АП негауссовских помех, обладающих ПВХ, и на этой основе расчет эффективности тракта АП с АХ вида (1) при действии негауссовской помехи предельного типа; исследуются также АХ оптимальных НП со структурой, порождаемой распределениями предельного типа.

Предельная вероятностная характеристика радиочастотного тракта амплитудного подавления. Рассмотрим ПВХ для схемы АП радиочастотного тракта обнаружения слабого сигнала. В этом случае оптимальная АХ определяется выражением вида [1]

$$f_{0\text{p}}(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2x}\dfrac{d}{dx}\left(\displaystyle\int_0^x\dfrac{z^2 g_0(z)}{\sqrt{x^2-z^2}}dz\right), x>0;\\ f_{0\text{p}}(-x)=-f_{0\text{p}}(x),\end{cases} \quad (4)$$

где функция $g_0(z)$ определяется следующим образом:

$$g_0(A)=-(d/dA)\ln[W(A)/A]. \quad (5)$$

Функция (5) называется колебательной характеристикой по первой гармонике, а плотность вероятности $W(A)$ определяет распределение огибающей $A(t)$ помехового сигнала.

Для одномерной плотности вероятности помехи $w_1(x)$ распределение $W(A)$ связано с характеристической функцией $Q_1(v)$ преобразованием Фурье–Бесселя вида [5]

$$\frac{W(A)}{A}=\int_0^\infty Q_1(v)J_0(Av)vdv, \quad (6)$$

где $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Таким образом, предельную характеристику для схемы АП в радиочастотном тракте обнаружения слабого сигнала можно найти, решив интегральное уравнение (4) относительно функции $g_0(z)$. С помощью найденной функции можно далее определить искомое распределение $W(A)$, учитывая соотношение (5).

Как следует из (4), характеристика $f_{0\text{p}}(x)$ будет представлена в виде "жесткого" ограничителя (1), если интеграл в формуле (5) представляется как

$$\int_0^x\frac{z^2 g_0(z)}{\sqrt{x^2-z^2}}dz=bx^2,\ \ b>0. \quad (7)$$

В этом случае функция $f_{0\text{p}}(x)$ может быть представлена в следующей форме:

$$f_{0\text{p}}(x)=\begin{cases}b,\ x>0;\\-b,\ x<0,\end{cases}$$

где b – произвольная константа.

Интегральное уравнение (7) запишем в стандартной форме [6]:

$$\int_0^x\frac{U(z)}{\sqrt{x^2-z^2}}dz=bx^2=f_1(x). \quad (8)$$

Решив интегральное уравнение (8) с использованием соответствующей формулы обращения [6], найдем:

$$U(x)=\frac{2}{\pi}\frac{d}{dx}\left[\int_0^x\frac{sf_1(s)}{\sqrt{x^2-s^2}}ds\right]. \quad (9)$$

Вычислив интеграл в (9) с учетом (8), получим:

$$\int_0^x\frac{zf_1(z)}{\sqrt{x^2-z^2}}dz=b\int_0^x\frac{z^3}{\sqrt{x^2-z^2}}dz=\frac{2}{3}bx^3.$$

Следовательно, окончательно можно записать

$$U(x)=\frac{2}{\pi}(2bx^2)=\frac{4}{\pi}bx^2=x^2 g_0(x).$$

Из полученного соотношения найдем колебательную характеристику для предельной плотности вероятности в форме

$$g_0(x)=\begin{cases}(4/\pi)b,\ x>0;\\-(4/\pi)b,\ x<0.\end{cases} \quad (10)$$

Приняв во внимание соотношения (5), (10) и учитывая условия нормировки для функции $W(A)$, окончательно запишем:

$$W(A)=\left(3/\sigma^2\right)A\exp\left[-\left(\sqrt{3}/\sigma\right)A\right]. \quad (11)$$

Сопоставив (1) и (10), отметим, что в широкополосном варианте АП ПВХ обеспечивает оптимальную АХ в форме "жесткого" ограничителя для мгновенных значений принимаемого колебания, тогда как в полосовом варианте "жесткое" ограничение возникает как для мгновенных значений принимаемого колебания, так и для колебательной характеристики по первой гармонике.

Следовательно, распределение $W(A)$ в виде (11) является предельным для радиочастотного тракта АП слабого сигнала. Найденные предельные распределения (2), (11) позволяют синтезировать каналы обнаружения слабого сигнала в непараметрическом и адаптивном вариантах. Кроме того, с помощью найденных распределений можно оценить эффективность метода АП с заданной нелинейной характеристикой при действии негауссовской помехи предельного типа.

Характеристики эффективности метода амплитудного подавления негауссовских помех. В данном разделе проанализированы характеристики эффективности метода АП для найденных ПВХ. Для распределения лапласовского типа (2) при оптимальной АХ вида (3) с помощью [1] находим

$$\mu_0 = \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} f_0^2(x) w_1(x)\, dx = 4\sigma^2 w_1^2(0) = 2. \quad (12)$$

Значение коэффициента (12) характеризует степень увеличения отношения "сигнал/помеха" за счет применения НП с заданной оптимальной характеристикой для канала с помехой широкополосного типа. Значение (12) численно совпадает со значением коэффициента асимптотической относительной эффективности знакового алгоритма обнаружения детерминированного сигнала по сравнению с простым линейным алгоритмом. Далее определим аналогичную характеристику μ_{0p} для канала АП с помехой полосового типа по формуле [1]

$$\mu_{0p} = \frac{1}{2}\sigma^2 \int_0^{\infty} g_0^2(A) W(A)\, dA, \quad (13)$$

причем узкополосная помеха с распределением огибающей $W(A)$ является помехой лапласовского типа. Для определения функции $W(A)$ по формуле (6) найдем сначала характеристическую функцию $Q_1(v)$ для одномерной плотности вероятности (2):

$$Q_1(v) = \int_{-\infty}^{\infty} w_1(x) \cos(vx)\, dx = \left(1 + \frac{\sigma^2 v^2}{2}\right)^{-1}. \quad (14)$$

Подставив (14) в выражение (6) и вычислив интеграл с помощью [7], получим:

$$\frac{W(A)}{A} = \frac{2}{\sigma^2} K_0\left(\frac{\sqrt{2}}{\sigma} A\right), \quad (15)$$

где $K_0(\cdot)$ – функция Бесселя второго рода (функция Макдональда) нулевого порядка. Подставив найденное значение (15) в (5), будем иметь:

$$g_0(z) = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \frac{K_1(z)}{K_0(z)}, \quad (16)$$

где $z = \left(\sqrt{2}/\sigma\right) A$; $K_1(z)$ – функция Макдональда первого порядка.

Далее, использовав (13), (15), найдем:

$$\mu_{0p} = \int_0^{\infty} \frac{z K_1^2(z)}{K_0(z)} dz \cong 3.74. \quad (17)$$

Значение (17) характеризует эффективность метода АП с оптимальной колебательной характеристикой (16) при действии лапласовской помехи со спектром полосового типа. Сопоставив значения (12) и (17), можно заключить, что эффективность тракта АП при помехе полосового типа существенно выше аналогичной характеристики для случая широкополосной негауссовской помехи.

Выполним аналогичные расчеты для помехи с распределением $W(A)$ в форме (11). С помощью (6) найдем

$$Q_1(v) = \int_0^{\infty} \frac{W(A)}{A} J_0(Av) A\, dA =$$
$$= \left(\sqrt{3}/\sigma\right)^3 \left(3/\sigma^2 + v^2\right)^{-3/2}.$$

По полученному значению найдем плотность вероятности

$$w_1(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_1(v) \cos(vx)\, dv =$$
$$= \left[3/\left(\pi\sigma^2\right)\right] |x| K_1\left[\left(\sqrt{3}/\sigma\right)|x|\right]. \quad (18)$$

Подставив (18) в (12), найдем:

$$\mu_0 = \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} f_0^2(x) w_1(x)\, dx =$$
$$= \frac{6}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{z K_1^2(z)}{K_0(z)} dz \cong 1.34335. \quad (19)$$

Выполним аналогичные расчеты для коэффициента μ_{0p} по формуле (13). Подставив (15) в (13), приняв во внимание (5), найдем:

$$\mu_{0p} = \frac{1}{2}\sigma^2 \int_0^{\infty} g_0^2(A) W(A)\, dA = \frac{3}{2}. \quad (20)$$

Сопоставив значения, полученные в (19) и (20), заключим, что и в рассмотренном случае эффективность радиочастотного тракта АП при применении оптимальных характеристик НП выше, чем для помехи с широкополосным спектром.

Амплитудные характеристики оптимальных нелинейных преобразователей. В данном разделе приведены результаты расчетов оптимальных АХ НП со структурой, порождаемой распределениями предельного типа. Рассмотрим сначала оптимальную характеристику $f_{0p}(x)$ в форме (4), обусловленную распределением $W(A)$ по формуле (15). Подставив функцию $W(A)$ в форме (15) в формулу (4), приняв во внимание (5), получим:

$$f_{0\text{p}}(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^x \dfrac{z K_1^2(z)/K_0(z)}{\sqrt{x^2 - z^2}} dz - \dfrac{x}{2}, \; x > 0; \\ f_{0\text{p}}(-x) = -f_{0\text{p}}(x). \end{cases} \quad (21)$$

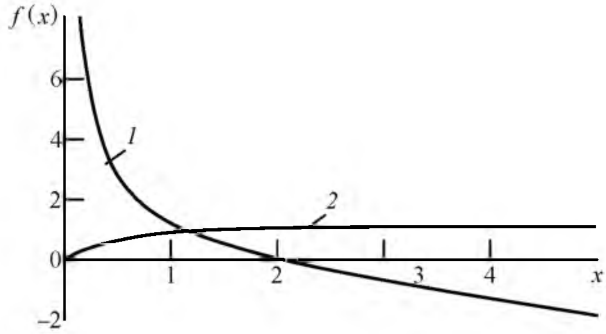
Нелинейная характеристика (21) соответствует негауссовской помехе лапласовского типа с предельным распределением вида (15).

Далее рассчитаем нелинейную характеристику $f_0(x)$ по формуле (3) для негауссовской помехи с плотностью вероятности в форме (18). Подставив (18) в формулу (3), получим:

$$f_0(x) = \begin{cases} \left(\sqrt{3}/\sigma\right)\left[K_0(z)/K_1(z)\right], \; x > 0; \\ f_0(-x) = -f_0(x), \end{cases} \quad (22)$$

где $z = \left(\sqrt{3}/\sigma\right)x$.

Нелинейные функции (21) и (22) обусловлены вероятностными характеристиками вида (2) и (11) соответственно, которые, в свою очередь, порождены оптимальными НП в виде "жесткого" ограничителя. Функция (21) порождена негауссовским распределением лапласовского типа и рассчитана по распределению огибающей в форме (15). Функция (22) также порождена негауссовским распределением вида (11) и рассчитана по распределению мгновенных значений (18). Поскольку обе эти функции порождены соответствующими ПВХ, то их можно назвать порождающими нелинейными функциями (ПНФ). Графики ПНФ представлены на рисунке: кривая *1* рассчитана по формуле (21) при значении $\sigma = \sqrt{2}$, а кривая *2* – по формуле (22) при $\sigma = \sqrt{3}$.



В результате проведенного анализа исследованы вероятностные характеристики негауссовских помеховых воздействий, обладающих предельными свойствами. Найденные распределения (2) и (11) обладают важными свойствами – они обеспечивают амплитудные характеристики НП в структуре АП в виде "жестких" ограничителей. Исследованы также параметры эффективности подавления негауссовских помех с найденными вероятностными характеристиками. Приведен расчет оптимальных нелинейных характеристик, порождаемых негауссовскими помехами с заданными свойствами.

Полученные результаты могут быть использованы при построении адаптивных и непараметрических обнаружителей слабого сигнала на фоне негауссовских помех с заданными распределениями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акимов Л. С., Бакут П. А., Богданович В. А. Теория обнаружения сигналов / под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984. 440 с.

2. Данилов В. А. Эффективность амплитудного подавления синусоидальных помех с радио- и видеочастотными спектрами // Радиотехника. 1987. № 11. С. 45–48.

3. Данилов В. А. Об эффективности амплитудного подавления синусоидальных помех // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29, № 9. С. 1836–1838.

4. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Королюк, Н. И. Портенко, А. В. Скороход и др. М.: Наука, 1985. 640 с.

5. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.

6. Интегральные уравнения / П. П. Забрейко, А. И. Кошелев, М. А. Красносельский и др. М.: Наука, 1968. 448 с.

7. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

V. A. Danilov
Moscow technical university of communications and informatics (Nord-Caucasus branch (Rostov-on-Don))
L. V. Danilova
Rostov state transport university

Analyze of amplitude suppression tracts of Non-Gaussian noise with limited probability characteristics

The analyses of the efficiency characteristics of a method of amplitude suppression (AS) of Non-Gaussian noise having some limited probability characteristics (LPC). The density of a limited probability is a such distribution of non-Gaussian noise under which the amplitude characteristics of an optimum nonlinear converter (NC) during an AS is presented as a "hard" limiter. The work defines LPC for a channel with AS within a band spectrum interference. Some optimum NC characteristics risen from the limited distributions are given.

Non-Gaussian noise, amplitude suppression, limit probability characteristics, amplitude characteristics

Статья поступила в редакцию 2 сентября 2014 г.