УДК 681.5

В. М. Артюшенко Финансово-технологическая академия (Королев) В. И. Воловач

Поволжский государственный университет сервиса (Тольятти)

## Анализ математических моделей информационных параметров сигналов, обрабатываемых радиолокационными устройствами наблюдения ближнего действия<sup>1</sup>

Проанализированы математические модели сигналов, поступающих на вход радиолокационных устройств наблюдения ближнего действия, и информационных параметров этих сигналов. Показано, что в связи с особенностями работы на малых расстояниях лоцируемый объект следует рассматривать как сложный, протяженный, состоящий из совокупности множества отражающих элементов. Сигнал, отраженный от такого объекта, необходимо рассматривать как многолучевой сигнал. Плотность распределения вероятности (ПРВ) мгновенных значений этого сигнала имеет ярко выраженный бимодальный характер, а ПРВ огибающей хорошо описывается распределением Накагами.

Радиолокационное устройство наблюдения ближнего действия, лоцируемый объект, информационный параметр, многолучевой сигнал, распределение Накагами, доплеровское смещение частоты

Для синтеза и анализа, а следовательно, для эффективного проектирования радиолокационных систем и устройств наблюдения ближнего действия необходимо сформулировать адекватные математические модели не только самих полезных сигналов, но и информационных параметров, несущих сведения о скорости, ускорении и дальности до лоцируемого объекта.

Как известно [1], в таких системах и устройствах источником получаемой информации является электромагнитное поле (колебание) принимаемого полезного сигнала  $S(\lambda, t)$ . Под вектором информационных параметров  $\lambda$  понимаются либо информационные процессы  $\lambda(t)$  (например, U(t) — огибающая узкополосного сигнала, определяемая законом его амплитудной модуляции;  $\omega(t)$  — частота сигнала, задаваемая законом частотной модуляции, или  $\Phi(t)$  – функция, определяющая закон фазовой модуляции сигнала), либо информационные параметры  $\lambda_k$ ,  $k = \overline{1, K}$  (например, несущая частота  $\omega_0$ , полная фаза  $\Phi$  или начальная фаза  $\phi_0$ ). Извлечение полезной информации из сигнала затрудняется наличием, в общем случае, двух видов помех: мультипликативной  $\eta(t)$  и аддитивной n(t). В результате воздействия помех на вход радиоло-кационных систем и устройств ближнего действия поступает электромагнитное колебание:

$$y(t) = \eta(t)S(\lambda, t) + n(t), t \in (0, T),$$
 (1)

где T – интервал наблюдения.

Выражение (1) представляет собой уравнение наблюдения.

Как правило, в радиолокационных системах и устройствах наблюдения ближнего действия, к числу которых относятся и радиолокационные измерители (РИ), используются узкополосные сигналы, модулированные по амплитуде и фазе (или по частоте):

$$S(\lambda, t) = U(t)\cos[\omega_0 t + \Phi(t) + \varphi_0],$$
 (2)

где U(t) и  $\Phi(t)$  – функции, медленно меняющиеся по сравнению с синусоидальным колебанием несущей частоты.

Часто удобнее пользоваться моделью сигнала (2), записанного в комплексной форме:

$$S(\lambda, t) = \text{Re}\{\dot{U}(t)\exp[j(\omega_0 t + \varphi_0)]\},$$

где  $\dot{U}(t) = U(t) \exp \left[ j \Phi(t) \right]$  — комплексная огибающая полезного сигнала, заключающая в себе ин-

 $<sup>^{\</sup>mathrm{I}}$  Работа выполнена в рамках фундаментальной НИР, финансируемой из средств Минобрнауки РФ (Государственное задание на 2014 г., код 226).

формационный процесс  $\lambda(t)$  (точка сверху в данном выражении означает комплексную величину).

Во многих случаях полезный сигнал  $S(\lambda, t)$  на входе приемного устройства можно представить в виде суммы детерминированной и случайной составляющих:

$$S(\lambda, t) = \alpha U(t - \tau) \cos \left[\omega_0 t + \Phi(t - \tau) + \varphi_0\right] + \beta(t) U(t - \tau) \cos \left[\omega_0 t + \Phi(t - \tau) - \varphi(t)\right], \quad (3)$$

где  $\alpha$ ,  $\phi_0$  – амплитудный коэффициент и фазовый сдвиг детерминированной составляющей сигнала соответственно, представляющие собой постоянные величины;  $\beta(t)$ ,  $\phi(t)$  – амплитудный множитель и фазовый сдвиг случайной составляющей соответственно;  $\tau$  – время запаздывания принимаемого сигнала.

Сигнал (3) можно записать в виде узкополосного колебания:

$$S(\lambda, t) = \eta(t)\dot{U}(t-\tau)\cos\left[\omega_0 t + \Phi(t-\tau) + \psi(t)\right],$$
 (4) где  $\eta(t)$  – множитель, характеризующий амплитудные замирания узкополосного сигнала;  $\psi(t)$  –

Модель (4) хорошо описывает флуктуации отраженного сигнала в радиолокации малоразмерных объектов и замирания в различных радиотехнических системах связи [1]—[3].

фазовый сдвиг на несущей частоте.

Случайные процессы  $\eta(t)$ ,  $\psi(t)$  можно задать выражениями [1]

$$\eta(t) = \sqrt{X^2(t) + Y^2(t)}; \ \psi(t) = \text{arctg}[Y(t)/X(t)],$$

где X(t) и Y(t) — независимые марковские процессы, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dX}{dt} + \alpha X = \alpha m_x + n_x(t);$$
  
$$\frac{dY}{dt} + \beta X = \beta m_v + n_v(t),$$

причем  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $m_x$ ,  $m_y$  – константы;  $n_x(t)$ ,  $n_y(t)$  – взаимно независимые "белые" гауссовские шумы, имеющие односторонние спектральные плотности  $N_x$  и  $N_y = (\beta/\alpha)N_x$  соответственно.

Как правило, в радиотехнических системах и устройствах ближней радиолокации лоцируемые объекты являются не точечными, а пространственно протяженными [4]–[8].

Имеется достаточно большое количество математических моделей, описывающих доплеров-

ский сигнал, отраженный от пространственно протяженных реальных радиолокационных целей: самолетов, кораблей, автомашин и т. д. Воспользуемся известными результатами с целью их применения для описания доплеровских сигналов, используемых в настоящей статье.

Результирующий сигнал, отраженный от протяженного объекта и состоящий из совокупности L отражающих элементов, на входе приемного устройства можно записать в виде<sup>2</sup> [1]–[3]

$$S(\lambda, t) = \sum_{i=1}^{L} \operatorname{Re} S_i(\lambda, t),$$
 (5)

где

$$S_{i}(\lambda, t) = \operatorname{Re}(\eta_{i}(t)\dot{U}_{i}(t - \tau_{i}) \times \exp\{j[(\omega_{0} - \Omega_{i})t - \omega_{0}\tau_{i} - \theta_{i}]\})$$

— сигнал, принимаемый от i-й точки объекта, причем  $\dot{U}_i(t) = f_i(t) \exp \left[j \phi_i(t)\right]$  — комплексная огибающая сигнала от i-й точки ( $f_i(t)$ ,  $\phi_i(t)$  — функции, отображающие законы амплитудной и фазовой модуляции);  $\tau_i$  — время запаздывания сигнала от i-й точки;  $\Omega_i$  — доплеровское смещение частоты сигнала от i-й точки;  $\theta_i$  — фаза сигнала, отраженного от i-й точки, обычно равномерно распределенная в интервале  $[-\pi, \pi]$ .

Величины  $\eta_i(t)$  и  $\theta_i$  считаются случайными и взаимно независимыми. Векторный параметр  $\lambda_i$  включает параметры  $\omega_0,\ f_i(t),\ \phi_i(t),\ \eta_i(t),\ \tau_i$  и  $\Omega_i$ .

Возможно большое разнообразие частных видов моделей сигналов (5). Так, для описания многолучевого характера отраженного от протяженной цели сигнала в [2] рассмотрена модель

$$S_{c}(\lambda, t) = \text{Re}\left(\sum_{i} \dot{U}_{i}(t) \exp\left\{j\left[\omega_{0}t + \theta_{i}(t)\right]\right\}\right). (6)$$

Наибольший интерес представляет плотность распределения вероятностей (ПРВ) мгновенных значений, огибающей (амплитуды – ПРВА) и фазы (ПРВФ) принимаемого сигнала.

Используя результаты [9], можно показать, что отраженный от протяженного объекта сигнал

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Здесь и далее индекс "i" у введенных ранее обозначений означает принадлежность величины сигналу от i-го отражающего элемента. Величины без этого индекса относятся к сигналам, поступающим от всех отражающих элементов.

(6) может быть хорошо описан обобщенной моделью ПРВА:

точно сложны. Для практического применения они могут быть аппроксимированы более простыми вы-

$$W_{00}\left(A|\alpha, r_{xy}, A_{0}, \theta_{0}\right) =$$

$$= \frac{A}{\sqrt{1 - r_{xy}^{2}}} \exp\left\{\frac{-A^{2} - A_{0}^{2}\left[1 - B\left(\alpha, r_{xy}\right)\cos\left(2\theta_{0} - \beta\left(\alpha, r_{xy}\right)\right)\right]\right]}{2\left(1 - r_{xy}^{2}\right)\sqrt{1 - \alpha^{2}}}\right\} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{n} I_{n}\left[\frac{A^{2}B\left(\alpha, r_{xy}\right)}{2\left(1 - r_{xy}^{2}\right)\sqrt{1 - \alpha^{2}}}\right] \times I_{2n}\left[\frac{\alpha A}{1 - r_{xy}^{2}}\sqrt{r_{xy}^{2} + B^{2}\left(\alpha, \theta_{0}\right)\frac{2r_{xy}\sin\left(2\theta_{0}\right)}{\sqrt{1 - \alpha^{2}}}}\right] \cos\left[2nv\left(\alpha, r_{xy}, \theta_{0}\right)\right],$$

$$(7)$$

где  $A = U/\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}$ ;  $A_0 = U_0/\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}$  – нормирующие коэффициенты;  $r_{xy}$  – коэффициент взаимной корреляции квадратурных составляющих сигнала;

$$B(\alpha, r_{xy}) = \left[\alpha^2 + r_{xy}^2 \sqrt{1 - \alpha^2}\right];$$
  

$$\alpha = \left(\sigma_x^2 - \sigma_y^2\right) / \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2\right) \in [-1, 1]$$

– параметр нестационарности;  $\theta_0 = \arctan(Y_0/X_0)$  – аргумент детерминированной составляющей сигнала;

$$\beta(\alpha, r_{xy}) = \arctan\left(r_{xy}\sqrt{1-\alpha^2}/\alpha\right); \ \varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n=0; \\ 2, & n\neq 0; \end{cases}$$

 $I_n(\cdot),\ I_{2n}(\cdot)$  — функции Бесселя первого и второго родов n-го порядка соответственно;

$$\mathcal{B}(\alpha, \theta_0) = \sqrt{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\cos^2\theta_0^2 + \frac{1+\alpha}{1-\alpha}\sin^2\theta_0^2};$$
  
$$v(\alpha, r_{xy}, \theta_0) = \Delta(\alpha, r_{xy}, \theta_0) - \beta(\alpha, r_{xy})/2,$$

причем  $U_0 = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}$  — модуль детерминированной составляющей сигнала;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  — среднеквадратические отклонения квадратурных составляющих сигнала;  $X_0$ ,  $Y_0$  — детерминированные квадратурные составляющие сигнала;

$$\Delta(\alpha, r_{xy}, \theta_0) =$$

$$= \arctan \left[ \frac{\sqrt{(1+\alpha)/(1-\alpha)} \cdot \sin \theta_0 - r_{xy} \cos \theta_0}{\sqrt{(1-\alpha)/(1+\alpha)} \cdot \cos \theta_0 - r_{xy} \sin \theta_0} \right];$$

 $\langle \cdot \rangle$  – символ усреднения по множеству.

Как видно, ПРВА (7) в общем случае зависит от четырех параметров:  $\alpha$ ,  $r_{xy}$ , a и  $\theta_0$ , при изменении которых меняется форма ее кривой. Аналитические выражения для ПРВА (7) и v-х начальных моментов огибающей  $m_{A_v}\left(\alpha,\,r_{xy},\,A_0,\,\theta_0\right)$  доста-

ражениями [10]. Хорошие результаты, в частности, дает ПРВ Накагами:

$$W(Q) = \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^{\mu} Q^{2\mu - 1} \exp\left(-\frac{\mu Q^2}{\Omega}\right), \quad Q \ge 0, \quad (8)$$

обладающая начальными моментами

$$m_{Q_v} = \Gamma \big(\mu + v/2\big) / \Big[ \Gamma \big(\mu\big) \big(\Omega/\mu\big)^{-v/2} \Big],$$

где 
$$\mu = \Omega^2 / \langle (Q^2 - \Omega^2)^2 \rangle \ge 0.5$$
;  $\Omega = \langle Q^2 \rangle$  – параметры распределения;  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция.

Параметры распределения Накагами  $\mu$  и  $\Omega$  выражаются через параметры ПРВА (7) следующим образом (принято  $\sigma_{x} = \sigma_{y} = \sigma$ ):

$$m = \left(1 + A_0^2\right)^2 / \left\{1 + \left[r_{xy}^2 \left(1 - \alpha^2\right) + \alpha^2\right]\right\} +$$

$$+ 2A_0^2 \left\{\sqrt{1 + \left[r_{xy}^2 \left(1 - \alpha^2\right) + \alpha^2\right]} \times \right.$$

$$\times \cos\left(2\theta_0 - \arctan r_{xy} \sqrt{1 - \alpha^2} / \alpha\right)\right\};$$

$$\Omega = \sigma^2 \left(1 + A_0^2\right).$$

Аппроксимации огибающих отраженного сигнала (6) ПРВ Накагами представлены в таблице. Без нарушения общности фаза детерминированной составляющей принята равной нулю  $(\theta_0 = 0)$ .

В [10], [11] рассмотрены статистические характеристики мгновенных значений негауссовских сигналов (6), амплитуда *А* которых описывается обобщенной моделью ПРВА (7).

Если квадратурные составляющие сигнала независимы между собой, а распределение фазы равновероятно, то ПРВ мгновенных значений сигнала  $W(S_{\rm c})$  может быть описана несколькими законами распределения в зависимости от того, как описана ПРВА.

Если ПРВА подчиняется обобщенному распределению (7), ПРВ мгновенных значений сигнала имеет вид

ПРВА		ПРВ Накагами		
Название	Параметры	Связь Ω с параметрами ПРВА	Связь µ с параметрами ПРВА	Пределы изменения µ
ПРВА Рэлея	$\sigma = \sigma_x = \sigma_y$	$\Omega = 2\sigma^2$	1	$\mu = 1$
Обобщенная ПРВА Рэлея	$A_0$ ; $\sigma = \sigma_x = \sigma_y$	$\Omega = 2\sigma^2 \left( 1 + A_0^2 \right)$	$\mu = \frac{\left(1 + A_0^2\right)^2}{1 + 2A_0^2}$	$1 \le \mu < \infty$
ПРВА Хойта	$\alpha; \ \sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$	$\Omega = \sigma^2$	$\mu = \frac{1}{1 + A_0^2}$	$0.5 \le \mu \le 1$
Обобщенная ПРВА Хойта	$\alpha; A_0; \sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$	$\Omega = 2\sigma^2 \left( 1 + A_0^2 \right)$	$\mu = \frac{\left(1 + A_0^2\right)^2}{1 + 2A_0^2\left(1 + A_0\right) + A_0^2}$	$0.5 \le \mu < \infty$
ПРВА с р-распределением	$r_{xy}; \ \sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$	$\Omega = 2\sigma^2$	$\mu = \frac{1}{1 + r_{xy}}$	$0.5 \le \mu < \infty$
Обобщенная ПРВА с р-распределением	$r_{xy}$ ; $A_0$ ; $\sigma = \sigma_x = \sigma_y$	$\Omega = 2\sigma^2 \left( 1 + A_0^2 \right)$	$\mu = \frac{\left(1 + A_0^2\right)^2}{1 + 2A_0^2 + r_{xy}^2}$	$0.5 \le \mu < \infty$
Обобщенная ПРВА	$\alpha; r_{xy}; A_0; \sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$	$\Omega = \sigma^2 \left( 1 + A_0^2 \right)$	См. (9) при $\theta_0 = 0$	$0.5 \le \mu < \infty$
Односторонняя гауссовская ПРВА	$\alpha = 1;  r_{xy} = 1;  \sigma = \sigma_x$	$\Omega = 2\sigma_x^2$	ı	$\mu = 0.5$

$$W(S_{c}) = \frac{(\beta/2)^{\alpha}}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\gamma/2)^{2k}}{k! \Gamma(\alpha+k)} \times \exp\left[-\gamma/(2\beta) - \beta S_{c}^{2}/2\right] |S_{c}|^{2(\alpha+k)-1} \times \Psi(0.5, \alpha+k+0.5, \beta S_{c}^{2}/2),$$

где  $\gamma \ge 0$ ;

$$\begin{split} \Psi\bigg(0.5, \ \alpha + k + 0.5, \ \frac{\beta S_{\rm c}^2}{2}\bigg) &= \\ &= \frac{\pi}{\sin \pi b} \left[ \frac{{}_1F_1\bigg(0.5, \ \alpha + k + 0.5, \ \frac{\beta S_{\rm c}^2}{2}\bigg)}{\Gamma(1 - \alpha - k)\Gamma(\alpha + k + 0.5)} - \left(\frac{\beta S_{\rm c}^2}{2}\right)^{(1 - b)} \times \right. \\ &\left. \times \frac{{}_1F_1\bigg(1 - \alpha - k, \ -\alpha - k - 0.5, \ -\frac{\beta S_{\rm c}^2}{2}\bigg)\bigg|}{\Gamma(0.5)\Gamma(1.5 - \alpha - k)} \right], \end{split}$$

причем  $_1F_1(\cdot,\cdot,\cdot)$  – вырожденная гипергеометрическая функция.

Начальные моменты этого распределения имеют вид

$$m_{V} = \frac{\exp\left[-\gamma^{2}/(2\beta)\right]}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2}{\beta}\right)^{\frac{V}{2}} \times \\ \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha + k + v/2)}{k!\Gamma(\alpha + k)} \frac{\Gamma(v/2 + 0.5)}{\Gamma(v/2 + 1)} \left(\frac{\gamma}{2\beta}\right)^{k},$$

$$v = 2, 4, 6, \dots$$

Приняв в (7) определения параметров  $\alpha = \mu$ ,  $\beta = 2\mu/\Omega$ , перейдем к описанию ПРВА законом Накагами (8). В этом случае ПРВ мгновенных значений имеет вид

$$W(S_c) = \frac{(\mu/\Omega)^{\mu}}{\Gamma(\mu)\sqrt{\pi}} \exp(-\mu S_c^2/\Omega)^{2\mu-1} \times \Psi(0.5, \ \mu+0.5, \ \mu S_c^2/\Omega).$$

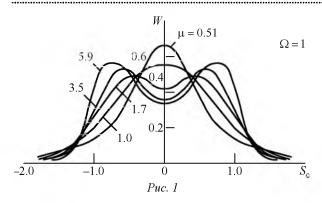
При определении параметров  $\mu = 1$ ,  $\Omega = 2\sigma^2$  ПРВА имеет форму закона Рэлея. Тогда ПРВ мгновенных значений записывается следующим образом:

$$W(S_{c}) = \frac{1}{2\sigma^{2}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-S_{c}^{2}/(2\sigma^{2})\right] |S_{c}| \times \Psi(0.5, 3/2, S_{c}^{2}/\sigma^{2}).$$

Наконец, если принять описание ПРВА распределением Гаусса, получим ПРВ мгновенных значений в виде

$$W(S_{c}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-S_{c}^{2}/(2\sigma^{2})\right].$$

Таким образом, рассмотренные выражения  $W(S_{\rm c})$  могут служить исходными выражениями при определении ПРВ мгновенных значений радиосигнала для широкого класса вероятностных моделей негауссовских процессов  $S_{\rm c}(t)$ .



На рис. 1 и 2 представлены ПРВ  $W(S_{\rm c})$  при различных значениях параметров распределения, рассчитанные при условии, что W(U) подчиняется ПРВ Накагами. Из графиков следует, что при  $\Omega=1$  (рис. 1) и  $\mu\to 1$  зависимость ПРВ приближается к кривой с ярко выраженной модой [1], [2]. При  $\mu>1$  в графике ПРВ появляется провал в точке  $S_{\rm c}=0$ , а само распределение становится двухмодальным с модами в симметричных точках  $\pm S_{\rm c}$ . С увеличением  $\mu$  увеличивается дисперсия и смещение мод от оси ординат. При этом кривая ПРВ остается симметричной относительно этой оси.

При  $\mu$  <1 (рис. 2,  $\mu$  = 0.61) увеличение параметра  $\Omega$  приводит к уменьшению максимума ПРВ и увеличению ее дисперсии. Если же  $\mu$  >1 (рис. 2,  $\mu$  = 2.31), то кривая ПРВ становится двухмодальной, причем увеличение параметра  $\Omega$  приводит к увеличению провала вероятностной кривой при  $S_{\rm C}=0$ , росту дисперсии ПРВ и увеличению значения  $|S_{\rm C}|$ , соответствующего модам.

Если считать, что истинное положение протяженного объекта определяется по единственной отражающей точке (которой сопоставим индекс i=0), размещенной в его геометрическом центре тяжести, выражение (5) можно переписать в виде:

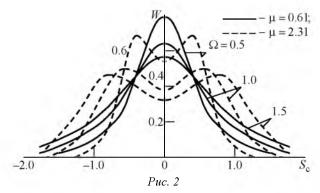
$$S(\lambda, t) = S_0(\lambda, t) + \sum_{i=1}^{L} S_i(\lambda, t).$$

Второй член в этом выражении может рассматриваться как эквивалентная аддитивная по-

меха 
$$n_{\Im}(t) = \sum_{i=1}^{L} S_i(\lambda, t)$$
, которая в силу коррели-

рованности отражений от точек объекта является коррелированной.

В этом случае модель протяженного объекта отличается от модели точечного объекта только тем, что в последнем случае аддитивная помеха



n(t) рассматривается как дельта-коррелированный процесс типа "белого" шума.

При измерении параметров движения лоцируемых объектов, например скорости, ускорения, дальности [12], для описания колебания, поступающего на вход приемного радиолокационного устройства, используется большое количество разнообразных математических моделей [1], [2], [9].

В качестве базовой модели отраженного сигнала, несущего информацию о параметрах движения лоцируемого объекта, может быть использована модель, имеющая вид [13]

$$S_{c}(\lambda, t) = U(t - 2D/c) \times \exp\{j[\omega_{0}(t - 2D/c) + \theta_{c}(t)]\},\$$

где D – расстояние от РИ до лоцируемого объекта; c – скорость света;  $\theta_{\rm C}(t)$  – полная фаза сигнала.

Приняв, что траектория лоцируемого объекта является монотонной функцией, представим функцию D(t), отражающую закон изменения дальности на конечном временном интервале наблюдения (измерения) с началом в точке  $t=t_0$ , в виде степенного ряда [13]:

$$D(t) = D(t_0) + \frac{t - t_0}{1!} D'(t_0) + \frac{(t - t_0)^2}{2!} D''(t_0) + \dots$$

В этом случае полная фаза принятого сигнала может быть описана как

$$\theta_{c}(t) = 2\frac{\omega_{0}}{c}D(t_{0}) + 2\frac{\omega_{0}}{c}\frac{(t-t_{0})}{1!}D'(t_{0}) + \frac{\omega_{0}}{c}\frac{(t-t_{0})^{2}}{2!}D''(t_{0}) + \dots,$$

а фаза доплеровского сигнала представлена в виде ряда:

$$\theta_{\mathcal{A}} = \widetilde{\omega}_{\mathcal{A}} t + \frac{\widetilde{\omega}_{\mathcal{A}}' t^2}{2!} + \frac{\widetilde{\omega}_{\mathcal{A}}'' t^3}{3!} + \dots, \tag{9}$$

где  $\tilde{\omega}_{\Lambda}$  – круговая частота доплеровского сигнала.

При изменении параметров движения радиолокационными методами скорость лоцируемого объекта определяется доплеровским смещением частоты сигнала [1], [2]:

$$F_{\rm II} = \widetilde{\omega}_{\rm II}/2\pi \approx \pm f_0 (2v_{\rm p}/c)\cos\varphi = (2v_{\rm p}/\lambda_0)\cos\varphi,$$

где  $v_{\rm p}$  — радиальная скорость движения лоцируемого объекта;  $\phi$  — угол между направлением оси главного лепестка диаграммы антенны РИ и направлением движения объекта;  $\lambda_0$  — длина волны зондирующего сигнала. Знаки в формуле характеризуют направление движения объекта ("+" — объект приближается к РИ, "—" — объект удаляется).

Продифференцировав по времени выражение (9), получим степенной ряд для выражения закона изменения частоты доплеровского сигнала:

$$\tilde{\omega}_{\mathcal{A}}(t) = \theta_{\mathcal{A}}'(t) = \tilde{\omega}_{\mathcal{A}} + \tilde{\omega}_{\mathcal{A}}'t + 0.5\tilde{\omega}_{\mathcal{A}}''t^2 + \dots$$

Первый член пропорционален скорости движения лоцируемого объекта на измерительном участке, второй член характеризует ускорение движущегося объекта, третий – динамику изменения ускорения.

Как правило, из-за малых значений второй и более высоких производных скорости, а также из-за простоты технической реализации на практике ограничиваются лишь двумя составляющими фазы обрабатываемого сигнала [1]. Такое ограничение модели означает, что на интервале измерения скорость лоцируемого объекта аппроксимируется линейным законом изменения. При этом фаза доплеровского сигнала изменяется по квадратичному закону.

Рассмотренная математическая модель позволяет учитывать не только скорость движения объекта, но и динамику ее изменения в процессе движения объекта в зоне действия радиолокационных устройств наблюдения ближнего действия. В реальных условиях коэффициенты ряда (10) являются нестационарными процессами с математическими ожиданиями  $\tilde{\omega}_{\rm A}$  и  $\tilde{\omega}_{\rm A}'$  и соответствующими дисперсиями.

Если считать, что скорость вхождения лоцируемого объекта в зону действия РИ в общем случае может иметь произвольный случайный характер, то естественно полагать, что и закон изменения скорости случаен. Тогда измеряемый информационный параметр F(t) (частота доплеровского сигнала) является случайной функцией с ПРВ переходов:

$$W_{F}(F_{h}|F_{h-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{F_{h}}(1-r_{F}^{2})}} \times \exp\left[-\left(F_{h} - \frac{\sigma_{F_{h}}}{\sigma_{F_{h-1}}}r_{F}F_{h-1}\right)^{2} \frac{2\sigma_{F_{h}}}{1-r_{F}^{2}}\right], \quad (10)$$

где  $F_h$ ,  $F_{h-1}$  — выборки информационного параметра на h-м и (h-1)-м шагах соответственно;  $\sigma_{F_h}$ ,  $\sigma_{F_{h-1}}$  — дисперсии информационного параметра на h-м и (h-1)-м шагах соответственно;  $r_F = \exp\left(-\Delta F T_0\right)$  — коэффициент корреляции выборок, причем  $\Delta F$  (ширина спектра обрабатываемого сигнала) принимается равной ширине спектра доплеровского сигнала;  $T_0$  — период опроса, фиксируемый по переходам принимаемого сигнала через нулевое значение.

Модель (10) позволяет учитывать не только случайный характер скорости вхождения объекта в зону действия РИ, но и изменение ее в процессе движения лоцируемого объекта.

Таким образом, рассмотрены математические модели полезных сигналов и информационных процессов, позволяющие в зависимости от измеряемых информационных параметров осуществить оптимальный анализ и синтез радиолокационных устройств наблюдения ближнего действия.

При радиолокации на малых расстояниях лоцируемый объект целесообразно рассматривать как сложный, состоящий из совокупности множества отражающих элементов. Сигнал, отраженный от такого объекта, является многолучевым, и плотность вероятности огибающей такого сигнала хорошо аппроксимируется ПРВ Накагами. При этом его ПРВ мгновенных значений имеет ярко выраженный бимодальный характер.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Артюшенко В. М. Исследование и разработка радиолокационного измерителя параметров движения протяженных объектов / ФГБОУ ВПО ФТА. М., 2013. 214 с.
- 2. Воловач В. И. Методы и алгоритмы анализа радиотехнических устройств ближнего действия. М.: Радио и связь, 2013. 228 с.
- 3. Артюшенко В. М. Проектирование сетей подвижной связи с кодовым разделением каналов / ФГБОУ ВПО ФТА. М., 2012. 204 с.
- 4. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Анализ параметров спектра сигнала, отраженного от протяженного объекта // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 9. С. 62–67.

- 5. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Экспериментальное исследование параметров спектра доплеровского сигнала, отраженного от протяженного объекта // Прикаспийский журн.: управление и высокие технологии. 2012. № 3 (19). С. 17–24.
- 6. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Особенности определения дальности действия радиотехнических устройств обнаружения охранных систем // Шк. университетской науки: Парадигма развития. 2012. № 3 (6). С. 77–80.
- 7. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Особенности отражения зондирующих сигналов радиотехнических устройств обнаружения от протяженных объектов сложной формы // Шк. университетской науки: Парадигма развития. 2012. № 2 (5). С. 42–46.
- 8. Artyushenko V. M., Volovach V. I. Statistical characteristics of envelope outliers duration of non-gaussian information processes // Proc. of IEEE East-West design & test symposium (EWDTS'2013). Rostov-on-Don, Russia, Sept. 27–30, 2013. Kharkov: KNURE, 2013. P. 137–140.
  - V. M. Artyushenko

Financial and technological academy (Korolev)

V. I. Volovach

Volga region state university of service (Togliatti)

- 9. Поздняк С. И., Мелитицкий В. А. Введение в статистическую теорию поляризации радиоволн. М.: Сов. радио, 1974. 514 с.
- 10. Атоянц Б. А., Езерский В. В. Распределение элементарных фаз в модели флуктуирующей цели // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. 1977. Т. 20, № 4. С. 106–108.
- 11. Артюшенко В. М., Воловач В. И., Иванов В. В. Статистические характеристики сигналов и помех в радиотехнических устройствах ближнего действия // Изв. вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57, № 7. С. 46–50.
- 12. Воловач В. И. Исследование плотности распределения вероятностей обнаружения объекта с учетом изменяющейся дальности // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 4. С. 71–75.
- 13. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Анализ условий работы системы контроля заполнения путей и ее информационного обеспечения // Науч.-техн. вестн. Поволжья. 2012. № 6. С. 115–119.

## The analysis of mathematical models of the information processes processed by radar devices of short-range detection

The questions connected with the analysis of mathematical models of processed signals and information processes, radar devices of short-range detection arriving on an entrance are considered. It is shown that in connection with features of work at small distances the located object should be considered as difficult, extended, consisting of set of a set of reflecting elements. The signal reflected from such object, has multibeam character, DDP of instant values of this signal has pronounced bimodal character, and DDP bending around is well described by distribution of Nakagami.

Radar monitoring device in the middle of the action, the detected object, information parameter, multipath signal, the distribution of Nakagami, Doppler shift frequency

Статья поступила в редакцию 25 сентября 2014 г.