



УДК 621.391

А. К. Шашкин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Многочастотный сигнал восстановления синхронизации в канале дискретной связи

*Рассмотрена структура сигнала восстановления синхронизации (СВС) в каналах дискретной связи. СВС построен на основе трехчастотной посылки, позволяющей в широких пределах изменять интервал неоднозначного отсчета. Приведены исследования помехоустойчивости такой посылки и рекомендации по применению посылки в каналах передачи дискретных сообщений.*

### Посылки синхронизации, многочастотные посылки синхронизации, алгоритмы разрешения фазовой неоднозначности, помехоустойчивость передачи фазовой информации

Ни одна радиотехническая система дискретной связи не смогла бы функционировать длительное время в условиях дестабилизирующих воздействий без постоянного поддержания синхронизации.

Точность синхронизации в немалой степени влияет на достижимые характеристики передачи информации (в первую очередь – на эффективную скорость, которая сложным образом зависит от различных параметров системы и всегда меньше пропускной способности канала) [1].

Информация о синхронизации содержится в шкале синхронизации – последовательности импульсов (эпох, тактов, характерных точек и т. п.), как правило, с равным периодом следования.

Особенно критичны к проблеме синхронизации системы связи с дискретными носителями сообщений [2].

**Известные методы обеспечения синхронизации.** В качестве носителей сигналов синхронизации на практике применяют импульсные сигналы (носитель сигнала синхронизации – фронт или характерная точка импульса) и гармонические сигналы (носитель сигнала синхронизации – фаза гармонического сигнала) [3].

В случае импульсного носителя сигнала синхронизации дисперсия оценки времени прихода сигнала зависит от ширины полосы сигнала и шумового "качества" канала (формула Вудворда [4]):

$$\sigma_t^2 \geq 1 / (\psi F_c^2) = P_{\text{ш}} / (P_c F_c^2), \quad (1)$$

где  $\psi = P_c / P_{\text{ш}}$  – отношение "сигнал/шум" на входе измерителя ( $P_c$ ,  $P_{\text{ш}}$  – мощности сигнала и шума соответственно);  $F_c$  – полоса частот сигнала.

Из (1) следует, что для получения удовлетворительной дисперсии оценки времени прихода сигнала (порядка 0.1 мкс) при типичных значениях отношения "сигнал/помеха" (около 20 дБ) необходимая полоса частот составляет более 10 МГц. Такая полоса может быть обеспечена при несущей частоте в пределах сотни мегагерц.

При гармоническом носителе сигнала синхронизации точность определения фазы обратно пропорциональна времени измерения. При этом полоса частот гармонического сигнала может быть теоретически сколь угодно малой.

В цифровых системах связи чаще всего используется пакетное или кадровое разбиение потока. При этом общую синхронизацию представляют в виде последовательно выполняемых операций тактовой и кадровой синхронизаций (рис. 1, где ПТС – посылка тактовой синхронизации; ПКС – посылка кадровой синхронизации).

В соответствии со стандартом 802.3 (Ethernet) [4] предполагается передача ПТС в виде 7 байт преамбулы, каждый из которых содержит одну и ту же последовательность бит 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1. Эта комбинация передается гармоническим сигналом. За время передачи преамбулы принимающие ее



Рис. 1

объекты входят в устойчивый синхронизм с принимаемым тактовым сигналом. Начало кадра обозначается ПКС (в стандарте 802.3 называемым ограничителем) – одним байтом, содержащим последовательность  $-1, 1, 1, 1, 1, 1, -1$ . Далее следует информационная часть, содержащая заголовки всех уровней модели OSI и собственно информацию. Чтобы ограничитель был уникальным, в информационной части вводится стаффинг: при наличии следующих подряд пяти бит с единичным значением добавляют  $-1$ , которую в процессе обработки удаляют.

Аналогичный подход предусмотрен стандартом 802.16, посвященным системе связи Wi-Max. Первый символ кадра является преамбулой [4]. Поднесущие преамбулы манипулируются известными псевдослучайными последовательностями (ПСП) на основе функций Уолша с хорошими автокорреляционными и плохими взаимно корреляционными свойствами. Конкретный вид ПСП зависит от идентификатора базовой станции IDcell и номера каждого из ее секторов.

В каналах связи по линиям энергетических сетей тактовая и кадровая синхронизации реализуются функцией  $u_M$  (рис. 2, а), используемой для бинарной фазовой манипуляции несущей<sup>1</sup>. Первые 5 отсчетов этой функции представляют собой ПТС и содержат код  $1, -1, 1, -1, 1$ ; следующие 7 отсчетов – ПКС с кодом Баркера. При приеме отсчеты ПТС накапливаются и в моменты смены направления изменения функции накопления  $u_H$  (рис. 2, б) отмечаются моменты переходов к следующему символу, т. е. границы тактов. Эти моменты служат основой для подстройки опорного генератора. Всплеск автокорреляционной функции кода Баркера соответствует концу ПКС и означает начало приема полезной информации.

Рассмотренный метод синхронизации достаточно удовлетворительно работает при отношении "сигнал/шум" более 10 дБ. При меньших значе-

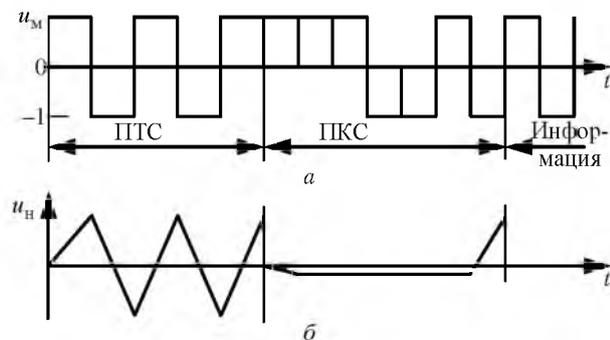


Рис. 2

ниях результат накопления импульсов ПТС не позволяет четко выделять границы тактов, что приводит к ошибкам и сбоям синхронизации. Определенным недостатком также является необходимость согласованного приема сигнала Баркера.

Преамбула синхронизации не является неотъемлемой частью полезного сигнала. В системах, в которых информация передается шумоподобными кодовыми комбинациями, синхронизация осуществляется за счет свойства самосинхронизации названных комбинаций. В качестве примера можно привести GPS Navstar [5]. Кодовая синхронизация отличается от синхронизации по преамбуле более высокой помехоустойчивостью. С другой стороны, если сигнал по какой-либо причине будет потерян, попытка найти его снова в ухудшившихся условиях приема может не удастся, в то время как кодовая синхронизация справилась бы со своей задачей. Также отрицательным свойством кодовой синхронизации является более сложная реализация.

**Синхронизация с использованием гармонических сигналов.** Использование гармонических сигналов в качестве посылки синхронизации позволяет снять ограничение на требуемую полосу частот. При этом алгоритм обработки сигнала синхронизации достаточно просто реализуем. Проблема фазовой неоднозначности может быть разрешена с помощью многошкального измерения фазы [3]. Применяют различные способы создания многошкальных сигналов:

- Используют одну частоту в качестве несущей и модулирующую ее вторую частоту.
- Передают более одной гармонической составляющей и расширяют интервал однозначного определения фазы за счет работы на разностной частоте. Так, если основной является частота  $f_0$ , то для расширения интервала однозначного определения фазы в  $K$  раз используется дополнительная частота  $f_1$ , определяемая из соотношения

$$K = f_0 / (f_0 - f_1).$$

- Передают более двух гармонических составляющих и измеряют фазы на каждой частоте. При этом разность полученных фаз соответствует значению фазы на разностной частоте, что позволяет расширить интервал однозначного измерения.

Рассмотрим реализацию последнего из указанных подходов. Пусть основная частота равна  $\omega_0$ . За счет расхождения шкал синхронизации на этой частоте возникает расхождение фаз

<sup>1</sup> <http://riscom-etu.spb.ru>

$$\phi_0 = \omega_0 t = 2\pi z_0 + \varphi_0,$$

где  $t$  – расхождение шкал синхронизации;  $z_0$  – количество циклов частоты  $f_0 = \omega_0 / (2\pi)$ ;  $\varphi_0 \in [0, 2\pi]$  – главное значение фазы, которое может быть измерено.

На второй частоте  $\omega_1$  расхождение фаз составляет  $\phi_1 = \omega_1 t = 2\pi z_1 + \varphi_1$ .

Тогда на разностной частоте  $\Omega = \omega_0 - \omega_1$  расхождение имеет вид

$$\begin{aligned} \phi_p &= \Omega t = (\omega_0 - \omega_1)t = \\ &= \omega_0 t - \omega_1 t = 2\pi(z_0 - z_1) + \varphi_0 - \varphi_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Если период разностной частоты не меньше максимального расхождения шкал:  $2\pi/\Omega \geq t_{\max}$ , то отсчет фазы по такой разностной шкале получается однозначным. Если в интервале  $0 < t < t_{\max}$  выполняется условие  $[t/(2\pi)](\omega_0 - \omega_1) \leq 1$ , то  $n = z_0 - z_1$  равно 0 либо 1.

Из (2) следует, что фазовый отсчет по разностной однозначной сетке равен разности фазовых отсчетов по неоднозначным сеткам первичных частот:

$$\phi_p = \Omega t = 2\pi n + \varphi_0 - \varphi_1,$$

где

$$\begin{cases} n = 0, & |\varphi_0| > |\varphi_1|; \\ n = 1, & |\varphi_0| < |\varphi_1|. \end{cases}$$

Рассмотрим далее посылку синхронизации на основе трех частот. При этом выделим 6 этапов вычисления фаз, которые объединим в 3 группы:

1. Измерение фаз на первичных высоких частотах:

- измерение фазы  $\varphi_1$  на частоте  $f_1$ ;
- измерение  $\varphi_2$  на частоте  $f_2$ ;
- измерение  $\varphi_3$  на частоте  $f_3$ .

2. Определение фаз на частотах, являющихся разностями второй и первой, а также третьей и второй первичных частот:

- определение фазы  $\varphi_{21} = \varphi_2 - \varphi_1$  на разностной частоте  $f_{21} = f_2 - f_1$ ;
- определение фазы  $\varphi_{32} = \varphi_3 - \varphi_2$  на разностной частоте  $f_{32} = f_3 - f_2$ .

3. Определение фазы  $\varphi_F = \varphi_{32} - \varphi_{21}$  на второй разностной частоте  $f_F = f_{32} - f_{21}$ , являющейся разностью первых разностных частот:

Без ограничения общности для иллюстрации результатов далее приняты следующие частоты в составе посылки синхронизации:  $f_1 = 10$  кГц ( $x_1$ ),  $f_2 = 15$  кГц, ( $x_2$ ),  $f_3 = 20.2$  кГц ( $x_3$ ) (рис. 3). Такой набор частот позволяет при использовании второй разности фаз  $\varphi_F$  в широких пределах регулировать интервал однозначности фазы. Выбор частот в ДВ- и СВ-диапазонах не нарушает общности, поскольку, как известно [6], при переносе

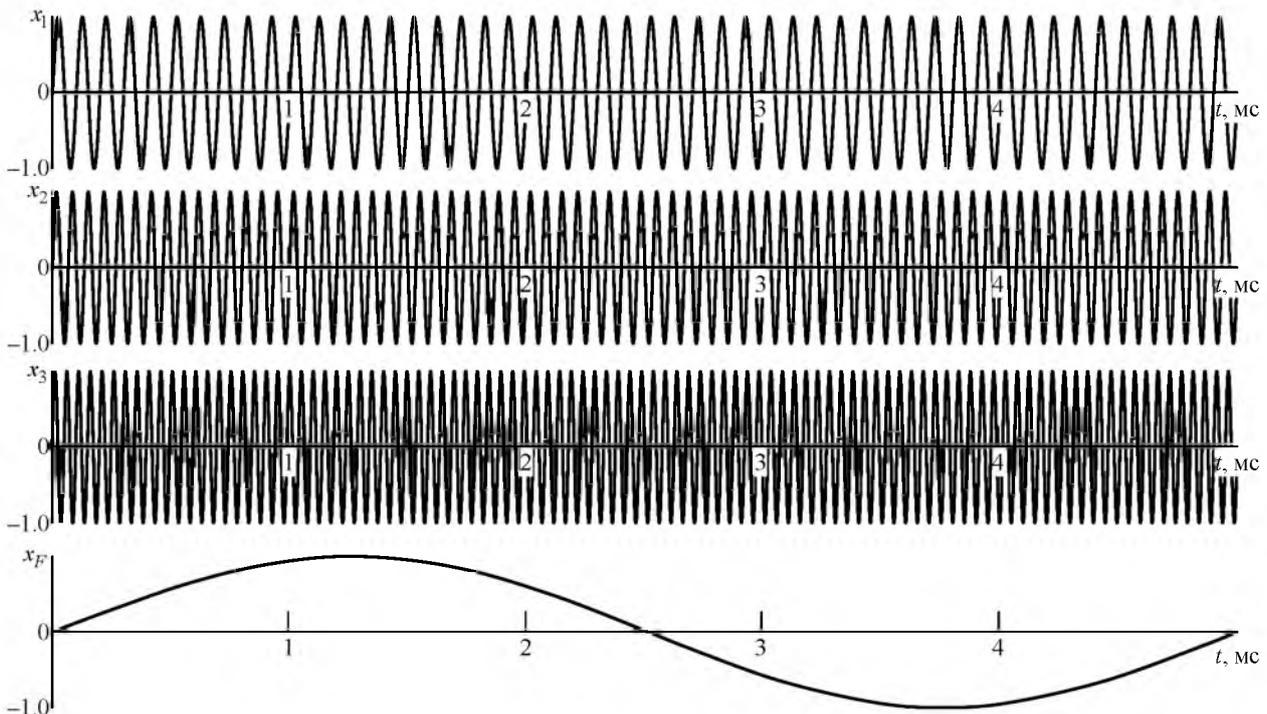


Рис. 3

спектра сигнала по частотной оси фазовые соотношения внутри него сохраняются.

При указанных первичных частотах имеем первые разностные частоты  $f_{21} = f_2 - f_1 = 5$  кГц,  $f_{32} = f_3 - f_2 = 5.2$  кГц и вторую разностную частоту  $f_F = f_{32} - f_{21} = 0.2$  кГц (см. рис. 3,  $x_F$ ).

Период второй разностной частоты  $T_F = 1/f_F = 5$  мс задает интервал однозначного отсчета. Это значение определяет максимальное время интегрирования, поскольку выход за его пределы означает переход на соседний период второй разностной частоты, что не позволяет ликвидировать неоднозначность.

Для восстановления тактовой синхронизации на приемной стороне определяется фаза  $\varphi_F$ , отражающая время расхождения принятого сигнала с опорными сигналами в корреляторах. Таким образом, рассматриваемый синхросигнал заменяет собой преамбулу тактовой синхронизации (см. рис. 2). Для обеспечения кадровой синхронизации используются полученное значение фазы и известный период второй разностной частоты, на основании которых рассчитывается ожидаемое время окончания сигнала синхронизации и начала информационной части кадра.

*Параметры посылки синхронизации.* В общем виде модель исследования многочастотной посылки синхронизации приведена на рис. 4. В канале связи полезный сигнал искажается аддитивным "белым" гауссовским шумом. Посылка синхронизации на входе канала связи показана на рис. 5, а, в

смеси с шумом при отношении сигнал/шум  $-8$  дБ на выходе канала связи – на рис. 5, б. Спектры посылки синхронизации до  $S_{ВХ}(f_c)$  и после искажения шумом  $S_{ВЫХ}(f_c)$  представлены на рис. 6, а и б соответственно ( $f_c$  – частота сигнала). При росте мощности шума спектр принимаемого сигнала постепенно вырождается в равномерный.

*Алгоритм оценивания фазы.* В качестве принимаемого из канала связи сигнала  $r(t)$  рассмотрим немодулированное несущее колебание  $A \sin(2\pi f_c t)$  в аддитивной смеси с гауссовской помехой  $n(t)$ , имеющей постоянную в полосе частот сигнала спектральную плотность мощности  $\sigma^2$ :

$$r(t) = A \sin(2\pi f_c t + \varphi) + n(t),$$

где  $A = \text{const}$ ;  $\varphi$  – неизвестная фаза. Определим максимально правдоподобную оценку  $\hat{\varphi}$ , которая максимизирует функцию правдоподобия [1]:

$$\Lambda(\varphi) = \frac{2A}{\sigma^2} \int_0^{T_0} r(t) \sin(2\pi f_c t + \varphi) dt, \quad (3)$$

где  $T_0$  – интервал наблюдения.

Необходимым условием максимума (3) относительно  $\varphi$  является равенство нулю первой производной

$$\left[ \frac{d\Lambda(\varphi)}{d\varphi} \right]_{\varphi=\hat{\varphi}} = 0,$$

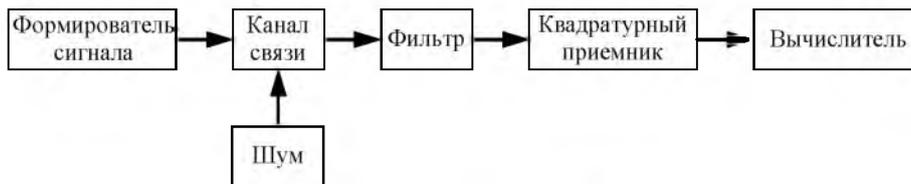


Рис. 4

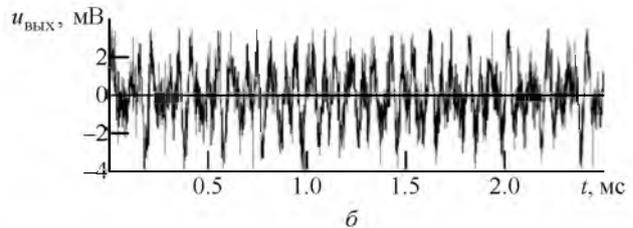
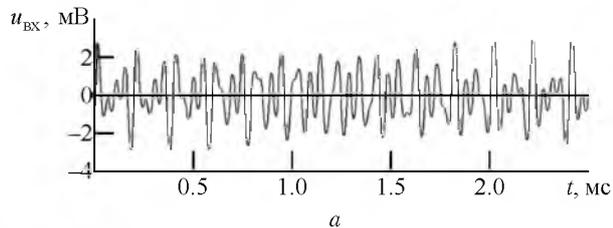


Рис. 5

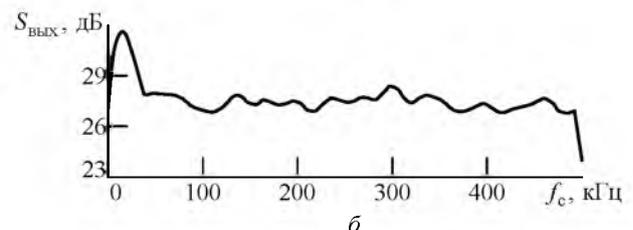
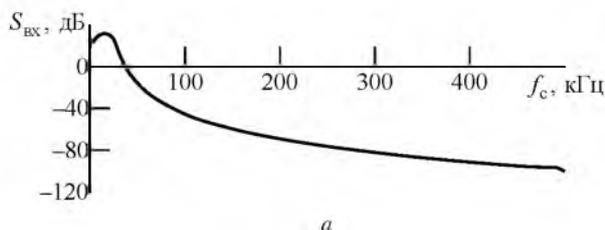


Рис. 6

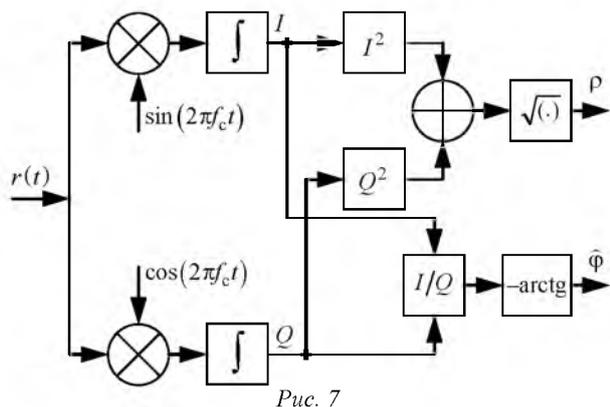


Рис. 7

что равносильно выполнению условия

$$\int_0^{T_0} r(t) \sin(2\pi f_c t + \hat{\varphi}) dt = 0.$$

Тогда максимально правдоподобная оценка определяется как

$$\hat{\varphi} = -\arctg(I/Q), \quad (4)$$

где

$$I = \int_0^{T_0} r(t) \sin(2\pi f_c t) dt; \quad Q = \int_0^{T_0} r(t) \cos(2\pi f_c t) dt$$

– квадратурные сигналы.

Таким образом, оптимальным по критерию максимума правдоподобия устройством является квадратурный приемник (рис. 7). Амплитуда сигнала накопления формируется как

$$\rho = \sqrt{I^2 + Q^2},$$

а его фаза – по (4).

На рис. 8 представлены зависимости амплитуды сигнала от времени накопления. При больших отношениях "сигнал/шум"  $\gamma = A/\sigma$  (кривая 1,  $\gamma = 10$  дБ) зависимость приближается к линейной, с уменьшением этого отношения (кривая 2,  $\gamma = -5$  дБ) линейность ухудшается.

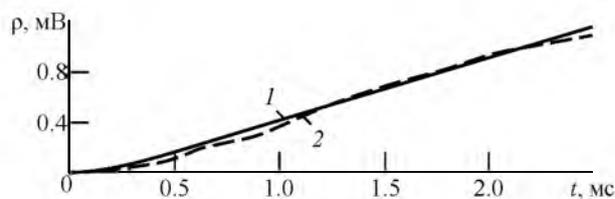


Рис. 8

*Характеристики помехоустойчивости.* Рассмотрим вероятность ошибки разрешения многозначности при переходе с более грубой шкалы синхронизации на частоте  $\omega_k$  на менее грубую шкалу на частоте  $\omega_{k+1}$ . Пусть  $W(\varphi_k)$  – плотность распределения оценки  $\hat{\varphi}_k$  на частоте  $\omega_k$ . Тогда вероятность ошибки перехода

$$P_{\text{ош}_{k \rightarrow k+1}} = 1 - \int_{(\hat{\varphi}_{k+1} - \pi)/K_{k \rightarrow k+1}}^{(\hat{\varphi}_{k+1} + \pi)/K_{k \rightarrow k+1}} W(\hat{\varphi}_k) d\hat{\varphi}_k, \quad (5)$$

где  $\hat{\varphi}_{k+1}$  – оценка фазы на частоте  $\omega_{k+1}$ ;  $K_{k \rightarrow k+1} = \omega_k / \omega_{k+1}$  – отношение частот. Из (5) следует, что для уменьшения значения  $P_{\text{ош}_{k \rightarrow k+1}}$  необходимо накапливать отсчеты входного сигнала в течение достаточного времени, увеличивая отношение "сигнал/шум" и снижая тем самым  $W(\varphi_k)$ .

Плотность распределения оценки фазы при  $\gamma < 1$  имеет вид [7]

$$W(\hat{\varphi}) = \frac{1}{2\pi} + \frac{A}{2\sigma_\varphi \sqrt{2\pi}} \cos(\hat{\varphi} - \varphi_0), \quad (6)$$

где  $\sigma_\varphi$  – среднеквадратическое значение отчета фазы, а с ростом этого отношения ( $\gamma > 5$ ) приближается к нормальному распределению:

$$W(\hat{\varphi}) = \frac{A}{\sigma_\varphi \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{A^2}{2\sigma_\varphi^2} (\hat{\varphi} - \varphi_0)^2\right]. \quad (7)$$

На рис. 9 представлены плотности распределения вероятности оценки фазы  $W_{32}$  и  $W_F$  при

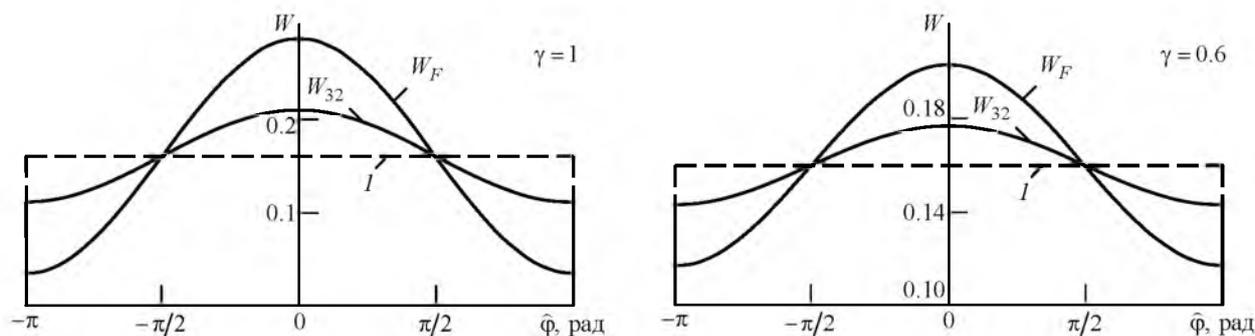


Рис. 9

$\gamma = 1$  и  $0.6$ . Линии  $l$  на рисунке отображают равномерное распределение с уровнем  $1/(2\pi)$ , к которому сходятся распределения при  $\gamma \rightarrow 0$ .

Основываясь на соотношениях для вероятности ошибки разрешения многозначности (5) и на распределении фазы при малых отношениях "сигнал/шум" (6) можно показать, что для рассмотренного трехчастотного сигнала справедливо соотношение

$$P_{\text{ош}_{F \rightarrow 3}} = 1 - (1 - P_{\text{ош}_{F \rightarrow 32}})(1 - P_{\text{ош}_{32 \rightarrow 3}}). \quad (8)$$

Коэффициенты пропорциональности составляют  $K_{F \rightarrow 32} = 26$ ,  $K_{32 \rightarrow 3} = 3.9$ . Из (5) находим вероятности ошибок  $P_{\text{ош}_{32 \rightarrow 3}} = 0.691$ ,  $P_{\text{ош}_{F \rightarrow 32}} = 0.92$ . Тогда из (8) имеем  $P_{\text{ош}_{F \rightarrow 3}} = 0.975$ , что не обеспечивает работоспособность системы синхронизации.

Полученный результат связан, в частности, с большим значением коэффициента  $K_{F \rightarrow 32}$ , поэтому далее изменим набор частот многошкальной гармонической посылки синхронизации.

Рассмотрим ситуацию с высоким отношением "сигнал/шум" ( $\gamma = 10$ ,  $\sigma = 0.1$ ). В дальнейших расчетах принята плотность распределения вероятности оценки фазы по (7) [7].

Рассмотрим набор частот  $f_1 = 10$  кГц,  $f_2 = 15$  кГц,  $f_3 = 20.4$  кГц. Для этого набора на основании (5) и (8) получим  $P_{\text{ош}_{32 \rightarrow 3}} = 5.04 \cdot 10^{-9}$ ,  $P_{\text{ош}_{F \rightarrow 32}} = 0.245$ ,  $P_{\text{ош}_{F \rightarrow 3}} = 0.245$ .

$\gamma$		$\sigma$	$f_3, \text{кГц}$		
			20.2	20.4	20.5
-	дБ		$P_{\text{ош}_{F \rightarrow 3}}$		
10.0	10.00	0.100	0.546	0.245	0.153
11.1	10.46	0.090	0.502	0.196	0.113
12.5	10.97	0.080	0.450	0.146	0.074
14.3	11.55	0.070	0.388	0.096	0.041
16.7	12.22	0.060	0.314	0.052	0.017
20.0	13.00	0.050	0.227	0.020	$4.3 \cdot 10^{-3}$
25.0	13.98	0.040	0.131	$3.6 \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-4}$
28.6	14.56	0.035	0.084	$8.8 \cdot 10^{-4}$	$4.5 \cdot 10^{-5}$
33.3	15.23	0.030	0.044	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.9 \cdot 10^{-6}$
35.7	15.53	0.028	0.031	$3.2 \cdot 10^{-5}$	$3.4 \cdot 10^{-7}$
38.4	15.85	0.026	0.020	$7.6 \cdot 10^{-6}$	$4.0 \cdot 10^{-8}$
41.7	16.20	0.024	0.012	$1.2 \cdot 10^{-6}$	$2.7 \cdot 10^{-9}$
45.5	16.58	0.022	0.006	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$8.5 \cdot 10^{-11}$
47.6	16.78	0.021	0.004	$3.0 \cdot 10^{-8}$	$1.0 \cdot 10^{-11}$
50.0	17.00	0.020	0.002	$9.2 \cdot 10^{-9}$	$9.0 \cdot 10^{-13}$

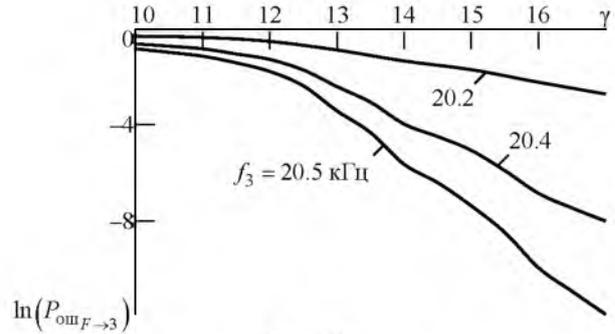


Рис. 10

Значения  $P_{\text{ош}_{F \rightarrow 3}}(\gamma)$  для указанного набора частот, а также для наборов, отличающихся выбором частоты  $f_3$ , приведены в таблице. Графически эти результаты представлены на рис. 10 в виде зависимостей  $\ln(P_{\text{ош}_{F \rightarrow 3}})(\gamma)$ .

Исходя из таблицы и конкретных требований к значению ошибки можно оценить необходимую энергию сигнала относительно "белого" шума. Требования к минимальному отношению "сигнал/шум" имеются, например, в GSM, где это значение равно 17 дБ.

Плотность распределения вероятностей оценки фазы на частотах гармонической посылки синхронизации при этом значении отношения представлена на рис. 11. Для сравнения там же приведены зависимости для вдвое большего ( $\gamma = 34$  дБ) и вдвое меньшего ( $\gamma = 8.5$  дБ) значений, что приводит к увеличению и уменьшению вероятности ошибочного разрешения многозначности соответственно и аналогично к уменьшению и увеличению коэффициентов перехода между частотами.

С другой стороны, дальнейшее уменьшение, в частности  $K_{F \rightarrow 32}$ , равносильно сокращению интервала однозначного определения фазы, который в рассмотренной задаче является максимальным временем накопления отсчетов импульса. При этом сигнал может не превысить порог за время накопления, т. е. увеличится вероятность пропуска сигнала. Если же для поддержания зна-

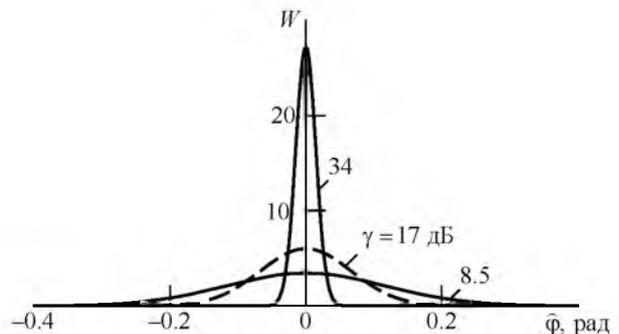


Рис. 11

чения этой вероятности снизить порог обнаружения, то увеличится вероятность ошибочного разрешения многозначности – перехода на соседний период при согласовании отсчетных шкал [7]. Следовательно, существенное снижение вероятности

сти  $P_{\text{ош}_{F \rightarrow \Sigma}}$  невозможно. Таким образом, в каждом конкретном случае необходимо искать компромисс между точностью вычисления фазы и вероятностью ошибочного разрешения многозначности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокис Д. Цифровая связь / пер. с англ.; под ред. Д. Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
2. Варакин Л. Е. Системы связи с широкополосными сигналами. М.: Радио и связь, 1985. 384 с.
3. Кинкулькин И. Е., Рубцов В. Д., Фабрик М. А. Фазовый метод определения координат. М.: Сов. радио, 1979. 280 с.
4. Вудворд Ф. М. Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации. М.: Сов. радио, 1965. 128 с.
5. Яценков В. С. Основы спутниковой навигации. Системы GPS NAVSTAR и ГЛОНАС. М.: Горячая линия–Телеком, 2005. 272 с.
6. Астафьев Г. П., Шебшаевич В. С., Юрков Ю. А. Радиотехнические средства навигации летательных аппаратов. М.: Сов. радио, 1962. 963 с.
7. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.

A. K. Shashkin

*Saint-Petersburg state electrotechnical university "LETI"*

### **Polyranger signal for synchronization restoration in discrete communication canal**

*The structure of synchronization restoration signal (SRS) in discrete communication canals is considered. SRS is constructed on base of package with three frequency harmonics, allowing to change over a wide range an interval of ambiguous counting. Researches of a noise stability of such parcel and the recommendation about application of a parcel are given in channels of transfer of discrete messages.*

Synchronization parcels, multifrequency synchronization parcels, algorithms of phase ambiguity permission, noise stability of phase information transmission

Статья поступила в редакцию 11 ноября 2014 г.