УДК 621.396.663:51

М. Е. Шевченко Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

Алгоритм оценивания направлений прихода, задержек и доплеровских сдвигов частоты отраженных сигналов при полуактивной радиолокации на основе сигнального подпространства и Esprit-подхода¹

Для полуактивной радиолокации разработан алгоритм оценки направлений прихода, задержек и доплеровского приращения частоты отраженных сигналов подсвета, принятых многоэлементной антенной решеткой. Алгоритм позволяет формировать оценки направления прихода отраженных сигналов с направлений, близких к направлению прямого сигнала. Приведены результаты статистического имитационного моделирования при малом отношении "сигнал/шум" для отраженных движущимися целями сигналов.

Полуактивная радиолокация, сигнал подсвета, многоэлементная антенная решетка, сигнальное подпространство, оценки задержки и доплеровского приращения частоты, направление прихода сигнала, азимут, ESPRIT-подход

Системы полуактивной радиолокации используют сигнал подсвета сторонней радиотехнической системы для обнаружения и оценивания параметров движущейся цели по данным, принятым многоэлементной антенной решеткой [1].

Оцениваемыми параметрами являются задержки, доплеровское приращение частоты и направления прихода (азимут, угол места) отраженных сигналов.

Сильный прямой сигнал подсвета и создаваемые им мешающие отражения от стационарных объектов являются существенными помехами для полуактивной системы. Результаты измерений уровней прямого и отраженных сигналов [1] свидетельствуют о превосходстве прямого сигнала над отраженным от цели сигналом на 70...90 дБ, а также о низком значении отношения "сигнал/шум" для полезных отраженных от цели сигналов (1...5 дБ). Уровень мешающих отражений меньше уровня прямого сигнала, но выше уровня полезных отраженных сигналов от цели.

Для селекции полезных отраженных сигналов на фоне мешающих сигналов применяются методы пространственно-временной обработки, поляризационной режекции и электродинамического экранирования [1].

К методам пространственно-временной обработки относятся методы выделения сигнального и шумового подпространств, алгоритмы MUSIC и ESPRIT. Эти методы основаны на сингулярном разложении матрицы принятых данных, выделении векторов сигнального и шумового подпространств и проведении специальных преобразований их векторов.

С применением полученных ранее результатов [2]–[5] на основе ESPRIT-подхода разработан алгоритм совместного обнаружения и оценивания задержек, доплеровского приращения частоты и направлений прихода отраженных сигналов. Оценки, формируемые алгоритмом, являются совместными, т. е. формируются на основе одних и тех же принятых данных.

Постановка задачи. В наблюдаемых данных выходов *М*-канального радиоприемного устройства, подключенного к *М*-элементной антенной решетке (AP), присутствуют прямой сигнал подсвета, мешающие отраженные от местных стационарных объектов сигналы и полезные сигналы, отраженные от движущихся целей. Отраженные сигналы имеют относительно сигнала подсвета ненулевые задержки т, а частоты ω отраженных от движущихся целей сигналов приобретают ненулевые доплеровские сдвиги.

По относительным задержкам можно разделить прямой и отраженные сигналы, а по ненулевому доплеровскому сдвигу – отраженные сигналы от стационарных и от движущихся целей, и определить их направления прихода.

При подготовке публикации использовались результаты работ по ОКР "Разработка пассивного когерентного локационного комплекса для охраны важных объектов", выполняемой СПбГЭТУ "ЛЭТИ" по договору с ОАО «НИИ "Вектор"» в рамках комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства при финансовой поддержке работ по проекту Министерством образования и науки Российской Федерации (Постановление Правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 г. № 218).

Наблюдаемыми данными являются процессы

$$x_{m}(t) = \sum_{k=1}^{d_{1}} b_{k} s(t - \tau_{k}) a_{k,m} + \sum_{k=d_{1}+1}^{d} b_{k} s(t - \tau_{k}) a_{k,m} \exp(j\omega_{\underline{a}_{k}} t) + \xi_{m}(t), \quad (1)$$

$$m = 1, \dots, M,$$

где d_1 – количество сигналов, не имеющих доплеровского приращения частоты; b_k , τ_k – амплитуда и время запаздывания *k*-го сигнала соответственно; $s(\cdot)$ – сигнал подсвета единичной энергии; d – общее число сигналов, отраженных от стационарных и движущейся целей с доплеровскими приращениями частоты ω_{d_k} ; $a_{k,m} = \exp(j\gamma_{m_k})$ – отклик *m*-й антенны на сигнал, пришедший с *k*-го направления (γ_{m_k} – фазовый сдвиг в *m*-антенне); $\xi_m(t)$ – аддитивный шум. Первое слагаемое включает в себя прямой сигнал подсвета ($\tau_1 = 0$) и мешающие отражения от неподвижных объектов.

В частотной области спектр принятых данных *m*-го канала с учетом свойств преобразования Фурье записывается в виде

$$x_{m}(\omega) = \sum_{k=1}^{d_{1}} b_{k} a_{k,m} s(\omega) \exp(-j\omega\tau_{k}) +$$

$$+ \sum_{k=d_{1}+1}^{d} b_{k} a_{k,m} s(\omega-\omega_{\mathcal{A}_{k}}) \exp(-j\omega\tau_{k}) + \xi_{m}(\omega) =$$

$$= \sum_{k=1}^{d} b_{k} a_{k,m} s(\omega-\omega_{\mathcal{A}_{k}}) \exp(-j\omega\tau_{k}) + \xi_{m}(\omega), \quad (2)$$

$$m = 1, \dots, M,$$

где $s(\omega)$ – спектр сигнала s(t).

Перейдем к матрично-векторной форме записи математических выражений. Введем векторы сигнала:

$$\mathbf{s} = [s(\omega_1), ..., s(\omega_N)]^{\mathrm{T}}$$

(N - размер выборки; "т" - символ транспонирования) и его производных:

$$\mathbf{s}'(\mathbf{\omega}) = \begin{bmatrix} s'(\omega_1), \ \dots, \ s'(\omega_N) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$\left(\mathbf{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1, \ \dots, \ \omega_N \end{bmatrix}; \ s'(\omega_n) = \partial s(\omega) / \partial \omega \Big|_{\mathbf{\omega} = \omega_n}, \\ n = \overline{1, N} \right).$$

В предположении малости доплеровского сдвига частоты в (2) разложим $s(\omega - \omega_{\mathcal{A}_k})$ в ряд Тейлора и отбросим высшие члены разложения. Получим

$$\left[s\left(\omega_{1}-\omega_{\mathcal{A}_{k}}\right), \ \ldots, \ s\left(\omega_{N}-\omega_{\mathcal{A}_{k}}\right)\right]^{\mathrm{T}}=\mathbf{s}-\omega_{\mathcal{A}_{k}}\mathbf{s}'(\boldsymbol{\omega}).$$

Для мешающих отражений без доплеровского приращения частоты $\omega_{{\rm T}_{\rm L}}=0.$

Совокупность N отсчетов спектров наблюдаемых данных запишем в виде матрицы с размерами $N \times m$:

$$X = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(\omega_{1}), ..., \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(\omega_{N}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} =$$
$$= [S\mathfrak{I}(\tau) - D\mathfrak{I}(\tau)\Omega]A + \Xi = Q(\tau, \omega)A + \Xi,$$

rge $\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(\omega_{n}) = [x_{1}(\omega_{n}), ..., x_{M}(\omega_{n})];$
$$S = \begin{bmatrix} S(\omega_{1}) & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & S(\omega_{N}) \end{bmatrix}$$

– диагональная матрица из отсчетов спектра сигнала;

$$\Im(\mathbf{\tau}) = \left[\mathbf{v}(\tau_1), \dots, \mathbf{v}(\tau_d)\right]$$
(3)

- матрица, состоящая из векторов задержек;

$$D = \operatorname{diag}[\mathbf{s}'(\boldsymbol{\omega})], \ \Omega = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\omega})$$

– диагональные матрицы;

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{d,1} & \dots & a_{d,M} \end{bmatrix}$$

– матрица отклика AP на сигнал с k-го направления прихода; Ξ – матрица отсчетов шума с размерами $M \times N$; $Q(\tau, \omega)$ – матрица из векторов

$$\mathbf{q}(\tau_k, \omega_{\mathbf{A}_k}) = S\mathbf{v}(\tau_k) - \omega_{\mathbf{A}_k} D\mathbf{v}(\tau_k),$$

причем $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, ..., \tau_d];$

$$\mathbf{v}(\tau_k) = \left[\exp(-j\omega_1\tau_k), \ldots, \exp(-j\omega_N\tau_k)\right]^{\mathrm{T}}$$

Существующие методы оценивания задержек, доплеровских приращений частоты и направлений прихода отраженных сигналов.

Метод максимального правдоподобия. При гауссовском допущении о плотности распределения вероятности аддитивного шума дает решение в виде критерия наименьших квадратов, по которому оценки $\hat{\tau}$, $\hat{\omega}$, \hat{A} неизвестных параметров τ , ω , A соответственно находятся минимизацией квадрата нормы Фробениуса разности матриц спектра реальных принятых данных с шумом и в его отсутствие [1]:

$$\hat{\tau}, \hat{\omega}, \hat{A} = \arg\min_{\hat{\tau}, \hat{\omega}, \hat{A}} \|X - Q(\tau, \omega)A\|_F^2,$$

где $\|\cdot\|_F$ – норма Фробениуса.

Норма Фробениуса произвольной матрицы Z с размерами $h_x \times h_y$ вычисляется как

$$\|Z\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{h_x} \sum_{j=1}^{h_y} |z_{ij}|^2}.$$

Минимизация по матрице отклика AP приводит к оценке $\hat{A} = Q^{\dagger}(\hat{\tau}, \hat{\omega})X$, где " \dagger " – символ псевдообратной матрицы.

Для формирования оценок задержек отраженных сигналов и доплеровских приращений частоты требуется поиск минимума функционала

$$\begin{aligned} \widehat{\tau}, \widehat{\omega} &= \arg\min_{\tau, \omega} \left\| \Pi_{\mathcal{Q}(\tau, \omega)}^{\perp} X \right\|_{F}^{2} = \\ &= \arg\max_{\tau, \omega} \operatorname{tr} \left\{ X^{*} \Pi_{\mathcal{Q}(\tau, \omega)} X \right\}, \end{aligned}$$

где $\Pi_{Q(\tau,\omega)}^{\perp} = I - \Pi_{Q(\tau,\omega)} = I - Q(\tau,\omega)Q^{\dagger}(\tau,\omega)$ – ортогональная проекция матрицы $Q(\tau,\omega)$ в нулевое

пространство $Q^*(\tau, \omega)$;

$$\Pi_{Q(\tau,\omega)} = Q(\tau,\omega)Q^{\dagger}(\tau,\omega);$$

 $tr\{\cdot\}$ – след матрицы.

Методы выделения подпространств. Основаны на сингулярном разложении матрицы X по сингулярным числам и векторам [2]. Левые сингулярные векторы, соответствующие d наибольшим сингулярным числам, образуют сигнальное подпространство $E_{\rm s}$, остальные N - d сингулярных векторов – шумовое подпространство $E_{\rm n}$.

На практике в условиях неопределенности количества отраженных сигналов из наблюдаемых данных доступны оценки \hat{E}_s сингулярных векторов, чьи сингулярные числа $\hat{\Lambda}_s = [\hat{\lambda}_{s1}, ..., \hat{\lambda}_{sd}]$ превысили порог заданного уровня вероятности ложной тревоги. Оставшиеся сингулярные векторы формируют оценку шумового подпространства \hat{E}_n . Методы выделения подпространств и оценок значений задержек и доплеровских приращений частоты для определения направлений прихода отраженных сигналов требуют задания начальных значений указанных параметров и численного поиска экстремумов соответствующих функционалов [2].

ESPRIT-Подход к задаче оценивания задержек, направлений прихода сигналов и доплеровского приращения частоты. Метод ESPRIT (Estimation signal parameters via rotational invariance technique) разработан в 1985 г. для задачи оценки направлений прихода сигналов [6]. Он относится к методам выделения сигнального подпространства с дальнейшим выполнением матричных преобразований над его векторами.

В ESPRIT-алгоритмах оценки задержек используется структура инвариантности к сдвигу в матрице задержек $\Im(\tau)$, заданной (3). Пусть матрицы \Im_1 и \Im_2 с размерами $(N-\delta) \times d$ образованы первыми $(N-\delta)$ и последними $(N-\delta)$ строками $\Im(\tau)$ соответственно. Эти матрицы связаны друг с другом равенством $\Im_2 = \Im_1 \Phi$, где

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \exp(-j2\pi\delta\tau_2/N) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \exp(-j2\pi\delta\tau_d/N) \end{bmatrix}.$$

В отсутствие шума $E_{\rm S}$ – матрица, составленная из левых сингулярных векторов, соответствующих d ненулевым сингулярным числам матрицы X. Так как d < M, то существует матрица T с размерами $d \times d$, которая при $\omega_{\rm A_k} = 0$ удовлетворяет равенству

$$E_{\rm s} = S\Im(\tau)T. \tag{4}$$

Пусть матрицы E_1 и E_2 с размерами $(N-\delta) \times d$ образованы первыми $(N-\delta)$ и последними $(N-\delta)$ строками E_s соответственно. Диагональная матрица S_1 с размерами $(N-\delta) \times (N-\delta)$ образована верхней левой подматрицей S, а диагональная матрица S_2 с размерами $(N-\delta) \times (N-\delta)$ образована нижней правой подматрицей S. Тогда из (4) получим: $E_1 = S_1 \Im_1 T$; $E_2 = S_2 \Im_2 T$ и $S_1 E_2 = S_2 E_1 \Psi$, где $\Psi = T^{-1} \Phi T$ – оператор поворота, отображающий $S_1 E_2$ в $S_2 E_1$.

Вектор задержек τ связан с собственными числами λ_k оператора Ψ соотношением

$$\tau_k = -N \arg(\lambda_k) / (2\pi\delta), \ k = \overline{1, d}.$$
 (5)

В реальных условиях при наличии шума в наблюдаемых данных из сингулярного разложения доступны только оценки сингулярных векторов \hat{E}_1 и \hat{E}_2 . Оценка оператора поворота при гауссовском допущении о плотности распределения вероятности шума вычисляется по критерию наименьших квадратов [3], [4]:

$$\widehat{\Psi} = \arg\min_{\Psi} \left\| S_1 \widehat{E}_2 - S_2 \widehat{E}_1 \Psi \right\|_F^2$$

Если спектр сигнала S полностью известен, а следовательно, известны S_1 и S_2 , оценка $\widehat{\Psi}$ вычисляется в виде $\widehat{\Psi} = (S_2 \widehat{E}_1)^{\dagger} S_1 \widehat{E}_2$.

При $\omega_{\underline{A}_k} \neq 0$ матрица сингулярных векторов имеет вид $E_{\mathbf{s}} = [S\mathfrak{I}(\tau) - D\mathfrak{I}(\tau)\Omega]T.$

Из первых и последних $(N - \delta)$ строк матрицы цы E образуются подматрицы

$$E_1 = (S_1\mathfrak{I}_1 - D_1\mathfrak{I}_1\Omega)T$$
 и $E_2 = (S_2\mathfrak{I}_2 - D_2\mathfrak{I}_2\Omega)T,$

где подматрицы D_1 и D_2 формируются из матрицы D аналогично подматрицам S_1 и S_2 . С учетом равенства $\Im_2 = \Im_1 \Phi$ подматрицу E_2 можно выразить в виде

$$E_2 = (S_2 \mathfrak{I}_1 - D_2 \mathfrak{I}_1 \Omega) \Phi T.$$

Если спектр сигнала априорно неизвестен, но достаточно гладкий, так что $S_1 \simeq S_2$ и $D_1 \simeq D_2$, то $E_2 \simeq (S_1 \mathfrak{I}_1 - D_1 \mathfrak{I}_1 \Omega) T = E_1 T^{-1} \Phi T = E_1 \Psi$. Из последнего равенства следует, что

$$\widehat{\Psi} = \widehat{E}_1^{\dagger} \widehat{E}_2. \tag{6}$$

Полученная оценка оператора поворота показывает, что при гладком спектре сигнала доплеровским приращением частоты при оценивании задержек можно пренебречь. Оценки задержек $\overline{\tau}_k$ вычисляются через собственные числа λ_k оценки оператора Ψ (6) по соотношению (5).

В отсутствие шума произведение определяется следующим образом:

$$E_{\rm S}T^{\dagger} = [S\Im(\tau) - D\Im(\tau)\Omega]TT^{\dagger} = Q(\tau, \omega),$$

а при наличии шума – как $\hat{E}_{s}\hat{T}^{\dagger} = \hat{Q}(\tau, \omega)$, где \hat{T} – собственные векторы оценки оператора поворота.

В отсутствие шума сигнальное подпространство образуют векторы спектра одного и того же сигнала, пришедшего с задержками τ_k и приобретшего доплеровское приращение частоты ω_{π_k} :

$$E_{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{s}_{1}}, \mathbf{E}_{\mathbf{s}_{2}}, \dots, \mathbf{E}_{\mathbf{s}_{3}} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{s}_{1}}(\omega), \mathbf{E}_{\mathbf{s}_{1}}(\omega - \omega_{\mathcal{A}_{2}}) \odot \mathbf{v}(\tau_{2}), \\ \dots, \mathbf{E}_{\mathbf{s}_{1}}(\omega - \omega_{\mathcal{A}_{d}}) \odot \mathbf{v}(\tau_{d}) \end{bmatrix},$$

где "⊙" – символ поэлементного умножения векторов.

Оценка доплеровского приращения частоты формируется по максимуму корреляции между оценкой сингулярного вектора E_{s_1} , соответствующего прямому сигналу с нулевой задержкой $\tau_1 = 0$, и оценками, соответствующими отраженным сигналам:

$$\widehat{\omega}_{\mathcal{A}_{k}} = \arg \max_{\mathcal{W}_{\mathcal{A}}} \left| \widehat{E}_{S_{1}} \left(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{A}} \right) \right| \left| \widehat{E}_{S_{k}} \left(\boldsymbol{\omega} \right) \right|, \quad k = \overline{1, d}, \quad (7)$$

где 🗟 – символ модуля.

Для вычисления оценки матрицы отклика АР на сигнал с *k*-го направления прихода на основании (3) можно получить выражение

$$\widehat{A} = \widehat{Q}^{\dagger} (\tau, \omega) X = \left(\widehat{E}_{\rm s} \widehat{T}^{\dagger}\right)^{\dagger} X. \tag{8}$$

Точность оценки сигнального подпространства \hat{E}_{s} непосредственно влияет на оценку (8). Поскольку отраженные сигналы имеют малые уровни в аддитивной смеси (1), точность оценки соответствующих им сингулярных векторов будет невысокой. Поэтому целесообразно синтезировать сигнальное подпространство $\hat{E} = [\hat{\mathbf{E}}_{s_1}, \hat{\mathbf{E}}_2, ..., \hat{\mathbf{E}}_d],$ в котором первый вектор-столбец является оценкой сингулярного вектора \hat{E}_{s_1} , соответствующего прямому сигналу с нулевой задержкой $\tau_1 = 0$, а остальные векторы

$$\widehat{\mathbf{E}}_{k} = \widehat{\mathbf{E}}_{\mathbf{s}_{1}} \left(\boldsymbol{\omega} - \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{\mathcal{A}}_{k}} \right) \odot \mathbf{v} \left(\widehat{\boldsymbol{\tau}}_{k} \right), \ k = \overline{\mathbf{I}, d},$$

синтезируются на его основе сдвигом по оси частот на $\widehat{{}_{\mathfrak{G}}}_{\mathfrak{A}_k}$ и поэлементным умножением на оценки *k*-го вектора задержки.

Для повышения точности оценки матрицы отклика AP в (8) вместо оценки $\hat{Q}(\tau, \omega)$ предлагается использовать оценку $\hat{Q}(\hat{\tau}, \bar{\omega}) = \hat{E}T^{\dagger}$. Тогда оценка матрицы отклика получит вид

$$\widehat{A} = \widehat{Q}^{\dagger} (\tau, \omega) X = \left(\widehat{E}T^{\dagger}\right)^{\dagger} X.$$
(9)

В работе [5] автором настоящей статьи использована оценка матрицы отклика АР вида

$$\widehat{A} = \left[\widehat{S}\Im(\widehat{\tau}')\right]^{\dagger} X = \\ = \left[\Im^{*}(\widehat{\tau}')\widehat{S}^{*}\widehat{S}\Im(\widehat{\tau}')\right]^{-1*}\Im(\widehat{\tau}')\widehat{S}^{*}X, \quad (10)$$

где
$$\widehat{S} = \operatorname{diag}(\widehat{s})$$
, причем $\widehat{s} = \arg\max_{s} \left\| \left[\widehat{E} \circ \mathfrak{I}(\widehat{\tau}') \right]_{s}^{*} \right\|_{F}^{2} - s$

оценка спектра суммарного сигнала со всеми отраженными ("о" – символ поэлементного произведения Шура–Адамара между всеми комбинациями колонок). Это произведение для произвольных матриц Y и Z с размерами $N \times d_y$ и $N \times d_z$ соответственно вычисляется как

$$Y \diamond Z = \begin{bmatrix} y_1 \odot z_1, y_1 \odot z_2, \dots, y_{d_y} \odot z_{d_z} \end{bmatrix}$$

Оценки задержек $\hat{\tau}'$ в (10) зависят от задержки распространения и от доплеровского приращения частоты. Они вычисляются из собственных чисел оператора поворота $\hat{\Psi} = (\hat{E}_1^* \hat{E}_1)^{-1} \hat{E}_1^* \hat{\Delta} \hat{E}_2$ по выражению (5). Необходимо отметить, что для вычисления оценки (10) требуется существенно больший объем вычислений, чем для оценок (8) и (9).

Этапы выполнения алгоритма. Определение оценок параметров сигнала выполнялось по алгоритму, предусматривающему следующие этапы:

1. Выбор параметра δ из условия, что максимальная задержка составляет $\tau_{\text{max}} < N/(2\delta)$.

2. Вычисление оценки сигнального подпространства \hat{E}_{s} из левых сингулярных векторов разложения матрицы X и формирование матриц \hat{E}_{1} и \hat{E}_{2} из \hat{E}_{s} .

3. Вычисление собственных чисел $\Lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_d)$ и собственных векторов $T = (\mathbf{T}_1, ..., \mathbf{T}_d)$ матрицы $\hat{\Psi} = \hat{E}_1^{\mathrm{H}} \hat{E}_2$ (^{"H"} – символ эрмитова сопряжения). Масштабирование собственных чисел таким образом, чтобы одно число было единичным, а остальные принадлежали нижней половине комплексной плоскости: $(1, \hat{\lambda}_2, ..., \hat{\lambda}_d)$.

4. Вычисление оценок задержек, инвариантных к доплеровскому сдвигу, по (5).

5. Выделение из $\widehat{E}_{\rm S}$ вектора $\widehat{E}_{\rm S_1}$ с нулевой задержкой $\widehat{\tau}_{\rm I} = 0$.

6. Вычисление оценки доплеровского приращения частоты по (7).

7. Формирование синтезированного базиса сигнального подпространства $\hat{E} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}_{s_1}, \hat{\mathbf{E}}_2, ..., \hat{\mathbf{E}}_d \end{bmatrix}$, где

$$\widehat{\mathbf{E}}_{k} = \mathrm{DFT}\left(\left\{\mathrm{DFT}^{-1}\left[\widehat{\mathbf{E}}_{\mathbf{S}_{1}} \odot \mathbf{v}\left(\widehat{\boldsymbol{\tau}}_{k}\right)\right]\right\} \odot \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{A}_{k}}\right), \ k = \overline{\mathbf{I}, \ d};$$
$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{A}_{k}} = \left[\exp\left(j\omega_{\mathbf{A}_{k}}t_{1}\right), \ \dots, \ \exp\left(j\omega_{\mathbf{A}_{k}}t_{N}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

причем DFT {·}, DFT⁻¹ {·} – прямое и обратное дискретные преобразования Фурье (БПФ) соответственно; $t_i = i\Delta t$, $i = \overline{1, N}$ (Δt – интервал дискретизации).

8. Вычисление оценки $\hat{A} = \hat{E}^{H}\hat{X}$ матрицы отклика AP, из которой с учетом конфигурации AP определяется направление прихода каждого отраженного сигнала.

Результатами действия алгоритма являются *d* совместных оценок времени задержки, доплеровских приращений частоты отраженных сигналов и направлений их прихода.

Результаты исследования алгоритма. Исследование разработанного алгоритма проведено статистическим имитационным моделированием сигнально-помеховой обстановки (1) и алгоритма в среде Mathlab для 60-градусной уголковой АР. В сигнальное подпространство включены сингулярные векторы, сингулярные числа которых превысили не менее 150 % медианы совокупности всех ненулевых в присутствим шума сингулярных чисел.

Размер БПФ при вычислении спектра равен 1024. Число статистических испытаний составляло 100. Исследования проведены для 16-элементной АР при различных отношениях "сигнал/шум" (ОСШ), задаваемых как отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума.

В табл. 1 приведены параметры сигнальнопомеховой обстановки: задержка τ , отношения "сигнал/шум" (ОСШ) q^2 , азимут θ для прямого, отраженного и полезных сигналов.

Таблица 1 Прямой Метпающий Полезные сигналы сигнал отраженный от цели подсвета сигнал Параметр Номер сигнала 3 4 1 2 Значение 0 100 300 60 $f_{\rm A}$ 0 71 0 30 θ, ...° 110 70 30 55 q^2 100 60 5 5

В реальных условиях полезные сигналы, отраженные от движущихся целей, имеют существенно меньший уровень по сравнению с прямым сигналом и отражениями от местных объектов. ОСШ для полезных отраженных сигналов также мало. Этот факт определил выбор указанных в таблицах ОСШ для отраженных сигналов.

На приведенных далее рисунках задержка отраженного сигнала задавалась количеством интервалов между отсчетами сигнала, частота – номером отсчета БПФ, доплеровское приращение частоты $f_{\Pi k}$ – в отсчетах БПФ.

На рис. 1, *а*, *б* приведены панорамы "азимутзадержка", соответствующие сигнально-помеховой



обстановке табл. 1. Полученные оценки представлены серыми кругами, истинные положения источников сигналов – черными звездочками.

Рис. 1, *а* соответствует оценкам азимута по оценке отклика AP (9), рис. 1, δ – по оценке отклика AP (10). Панорама для отклика AP (8) идентична рис. 1, δ . Рис. 1, *в* представляет панораму "задержка–доплеровское приращение". На рис. 1, *а* оценки азимута $\hat{\theta}$ группируются около его истинного значения, тогда как на панораме рис. 1, δ оценки смещены к значению азимута прямого сигнала. Таблииа 2

1000000000								
q^2	τ		$\hat{f}_{\mathcal{A}}$		ô,°			
					Оценка (9)		Оценка (10)	
	Сред-	CVO	Сред-	CKO	Сред-	CKO	Сред-	CKO
	нее	CKU	нее	СКО	нее	CRO	нее	CKU
4	100.0	2.0	70.9	1.4	33.8	17.4	80.8	61.0
5	99.9	1.7	70.9	1.3	29.3	6.4	88.9	45.2
6	100.0	1.7	70.9	1.1	30.9	6.4	98.6	36.6
10	100.1	1.3	71.1	0.9	30.4	3.8	60.8	46.7
15	100.2	0.9	71.1	0.7	30.2	2.6	44.2	36.9
20	99.9	0.7	70.9	0.5	30.2	1.8	33.0	21.7
30	100.0	0.4	71.0	0.2	30.4	0.8	30.2	3.0

Таблица З

q^2	t		$\hat{f}_{\mathcal{A}}$		θ,°			
					Оценка (9)		Оценка (10)	
	Сред-	СКО	Сред-	CKO	Сред-	СКО	Сред-	ско
	нее		нее	CRO	нее		нее	
4	299.8	2.2	30.1	1.3	54.6	7.0	82.7	62.0
5	299.6	2.0	30.0	1.2	54.7	6.5	87.4	48.7
6	299.7	1.7	29.9	1.1	54.2	3.0	94.0	36.7
10	299.9	1.5	30.0	0.9	54.2	1.4	78.1	32.1
15	299.8	1.0	30.0	0.6	54.4	0.9	61.3	20.4
20	299.9	0.8	30.0	0.5	54.7	0.6	56.9	14.1
30	300.1	0.4	30.0	0.1	54.9	0.2	54.9	2.4

Средние значения и СКО оценок азимута, задержек и доплеровского приращения частоты, сформированные при различных значениях ОСШ для полезных сигналов № 3 и 4, приведены в табл. 2 и 3 соответственно. Оценки сформированы по результатам обработки с применением оценок (9) и (10) при неэнергетических параметрах сигнально-помеховой обстановки, заданных табл. 1.

Анализ табл. 2 и 3 показывает, что даже при малом значении ОСШ оценки задержек и доплеровского приращения частоты имеют малое СКО и практически не смещены. Оценки азимута полезных сигналов более точны при использовании оценки (9). При оценке (10) приемлемая точность достигается при высоких значениях ОСШ (30 дБ), которые маловероятны на практике. Это связано с зашумленностью вектора сигнального подпространства отраженного сигнала (рис. 2, где представлены значения модулей векторов сигнального подпространства для прямого сигнала \tilde{E}_{s_1} (*a*) и

для отраженного сигнала E_{s_2} (б)).

При наличии в аддитивной смеси (1) сигналов с близкими задержками (сигнально-помеховая обстановка для такой ситуации задана табл. 4, задержки полезных отраженных сигналов отличаются на 20 отсчетов) точность оценок задержек падает и при низких значениях ОСШ они несколько смещаются от истинных значений по направлению друг к другу. Аналогичные рис. 1 панорамы для этого случая приведены на рис. 3. Средние значения и СКО оценок указаны в табл. 5.



В табл. 6 представлена сигнально-помеховая обстановка в случае, когда сигнал подсвета и полезный отраженный сигнал приходят с близких направлений. В этом случае при пространственной режекции, реализуемой нулями в диаграмме направленности антенн в направлении прихода прямого сигнала, обнаружить цель невозможно. Панорама "азимут–задержка" при оценке отклика АР (9) и доплеровское приращение частоты для этого случая приведены на рис. 4.

При большем числе полезных отраженных сигналов с близкими направлениями прихода, мало различающихся по задержкам, требуется увеличивать количество элементов АР. Это связа-

				Таблица 4				
	Прямой	Мешающий	Полезные сигналь					
	сигнал	отраженный	OT I	цели				
Hanaytam	подсвета	сигнал						
Параметр	Номер сигнала							
	1	2	3	4				
	Значение							
τ	0	60	100	130				
f_{A}	0	0	71	30				
θ,°	110	70	30	55				
q^2	100	60	5	5				
				Таблица :				
Ситион	\hat{f}			j o				

Сигнал	τ		$\widehat{f}_{\mathcal{A}}$		θ̂,°	
(см. табл. 4)	Сред- нее	СКО	Сред- нее	СКО	Сред- нее	СКО
3	101.1	1.8	70.2	1.7	54.8	36.3
4	128.9	2.1	31.0	1.7	65.3	25.4



				Таблица б				
	Прямой	Мешающий	Полезные	е сигналы				
	сигнал	отраженный	OT L	цели				
Honoxom	подсвета	сигнал						
параметр	Номер сигнала							
	1	2	3	4				
	Значение							
τ	0	60	100	130				
f_{A}	0	0	71	30				
θ,°	110	70	105	55				
q^2	100	60	5	5				

но с меньшей точностью оценок векторов сигнального подпространства для этих сигналов.





Проведенное имитационное моделирование показало, что разработанный алгоритм позволяет сформировать оценки задержек, доплеровского приращения частоты и направлений прихода отраженных сигналов, если общее число сигналов в смеси меньше числа элементов АР.

Точность оценок зависит от временного разнесения между задержками и от числа элементов АР. Алгоритм позволяет обнаружить отраженный от цели сигнал с направления, близкого к направлению сигнала подсвета.

Статистическое имитационное моделирование свидетельствует о возможности формирования оценок при низком значении ОСШ. Однако если фактическое значение ОСШ для полезного сигнала будет менее 1 (0 дБ), в алгоритме потребуется реализовать накопление принятых данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Охрименко А. Е., Пархоменко Н. Г., Семашко Т. Г. Методы подавления прямого сигнала в радиолокаторах с подсветом от широковещательных передатчиков // Электромагнитные волны и электронные системы. 2011. № 5. С. 77–82.

2. Jakobsson A., Swindlehurst A. L. Subspace-based estimation of time delays and doppler shifts // IEEE Trans. sig. proc. 1998. Vol. SP-46, № 9. P. 2472–2483.

3. Swindlehurst L. A. Time delay and spatial signature estimation using known asynchronous signals // IEEE Trans. sig. proc. 1998. Vol. SP-46, No 2. P. 449–462.

4. Swindlehurst L. A., Gunthe J. H. Methods for blind equalization and resolution of overlapping echoes of un-

M. E. Shevchenko

Saint-Petersburg state electrotechnical university "LETI"

known shape // IEEE Trans. sig. proc. 1999. Vol. SP-47, № 5. P. 1245–1254.

5. Шевченко М. Е. Оценивание направлений прихода прямого и отраженных сигналов при полуактивной радиолокации на основе сигнального подпространства // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 4. С. 63–70.

6. Roy R., Kailath T. ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques // IEEE Trans. acoustics, speech, and signal processing, 1989. Vol. ASSP-37, № 7. P. 984–995.

Algorithm of estimation of the directions, delays and Doppler frequency shifts of the reflected signals at a semi-active radar-location on the basis of a signal subspace and Esprit-approach

The algorithm for estimating of the directions, delays and Doppler frequency shifts of the reflected sublight signals received by a multielement antenna lattice is designed for a semi-active radar location. The algorithm allows to form estimates of the reflected signal directions from the directions closed to direct signal direction. Results of statistical imitating modeling with small signal to noise ratio for the signals reflected by moving targets.

Semi-active radar location, illumination signal, multi-element antenna array, signal subspace, delay and Doppler shift estimations, the signal received direction, azimuth, ESPRIT-approach

Статья поступила в редакцию 1 декабря 2014 г.