УДК 621.391:621.396.96

Д. И. Попов
Рязанский государственный радиотехнический университет

Инвариантная обработка многочастотных сигналов

Синтезирован алгоритм обработки многочастотного сигнала, инвариантный к значениям доплеровских сдвигов фаз компонент многочастотного сигнала. Проведен анализ характеристик обнаружения системы, реализующей разработанный алгоритм, позволяющий определить теоретический предел усовершенствования реальных систем данного класса и направления поисков новых систем.

Доплеровская фаза, многочастотные сигналы, обработка сигналов, пассивные помехи

Обработка многочастотных сигналов на фоне коррелированных (пассивных) и некоррелированных помех рассмотрена в [1], [2]. Априорная неопределенность статистических характеристик сигналов и помех приводит к адаптивному построению систем обработки. При этом ввиду значительного превышения сигнала помехой адаптация обычно осуществляется только к параметрам помехи. Оптимальная обработка многочастотного сигнала в этом случае в каждом частотном канале реализуется на основе адаптивного матричного фильтра (АМФ) (к параметрам помехи) и неадаптивного многоканального (по доплеровской фазе сигнала) фильтра, вычисляющего дискретное преобразование Фурье выходных отсчетов АМФ [1]. Принципиальные трудности адаптации к параметрам сигнала по данным исходной выборки преодолеваются в случае использования выходных отсчетов АМФ. Достаточно эффективное подавление помехи в результате матричной обработки открывает возможности для адаптивного накопления сигнала, позволяющего избежать традиционного многоканального по доплеровской фазе сигнала построения системы обработки в каждом частотном канале.

В работе [2] синтезирован квазиоптимальный алгоритм оценивания и соответствующий ему измеритель доплеровской фазы многочастотного сигнала по выходным отсчетам АМФ в каждом частотном канале. Исследование свойств получаемых оценок показало возможность их использования в системах обработки с адаптивным накоплением сигнала, позволяющим сократить число доплеровских каналов в каждом частотном канале или при прежнем числе доплеровских каналов уменьшить расстройку между каналами, исключив межканальные потери.

Требования дальнейшего упрощения систем обработки приводят к задаче синтеза более простых систем, одноканальных по доплеровской частоте (фазе) сигнала. Представляет интерес синтез алгоритма обработки многочастотного сигнала, инвариантного к значениям доплеровских сдвигов фаз компонент многочастотного сигнала. Исследование характеристик системы, использующей такой алгоритм, позволит определить теоретический предел усовершенствования реальных систем данного класса и направления поисков новых систем.

Цель настоящей статьи – синтез и анализ алгоритма обработки многочастотного сигнала, инвариантного к доплеровским сдвигам фаз компонент многочастотного сигнала.

Синтез алгоритма обработки. Рассмотрим обработку L компонент многочастотного сигнала, каждая из которых представлена последовательностью N цифровых отсчетов $U_{nl} = x_{nl} + iy_{nl}$, $n = \overline{1,\ N}$, $l = \overline{1,\ L}$, комплексной огибающей аддитивной смеси сигнала, пассивной (коррелированной) помехи и собственного шума. Отсчеты следуют через период повторения T и образуют в одном элементе разрешения по дальности совокупность вектор-столбцов $\mathbf{U}_n = \{U_{nl}\}^{\mathrm{T}}$ ("т" – символ транспонирования). Сигнал и помеха являются узкополосными случайными процессами гауссовского типа, статистически независимыми в частотных компонентах, что достигается разносом их несущих частот, выбираемым из условия малости длин волн, соответствующих разностным частотам, по сравнению с радиальными размерами цели. Статистические свойства совокупности $\{\mathbf{U}_1, \ldots, \mathbf{U}_L\}$ с точностью до параметров корреляционных матриц R_l векторов $\mathbf{U}_l$ описываются гауссовской совместной плотностью вероятности [1].

Алгоритм оптимальной обработки L частотных компонент, состоящих из N цифровых отсчетов U_{nl} $\left(n=\overline{1, N},\ l=\overline{1, L}\right)$, определяется на основе отношения правдоподобия, вычисление которого при использовании упомянутого типа плотностей вероятности сигнала и помехи и одной помехи приводит к минимальной достаточной статистике [1]

$$V\left(\varphi_{\text{c}1}, \varphi_{\text{c}2}, \ldots, \varphi_{\text{c}L}\right)=\sum_{l=1}^{L} V\left(\varphi_{\text{c}l}\right)=$$

$$=\sum_{l=1}^{L}\left|\sum_{k=1}^{N} e^{-ik\varphi_{\text{c}l}} \sum_{n=1}^{N} W_l^*(n, k) U_{nl}\right|^2, \qquad (1)$$

где $\varphi_{\text{c}l}$ – доплеровский сдвиг фазы сигнала за период повторения T; $W_l(n, k)=w_n(n, k) e^{i(n-k)\varphi_{\text{п}l}}$ – элементы обратной корреляционной матрицы помехи, причем $\varphi_{\text{п}l}$ – доплеровский сдвиг фазы помехи за период повторения T; "*" – символ комплексного сопряжения.

Алгоритм (1) описывает оптимальную обработку многочастотного сигнала. Внутренняя сумма алгоритма (1) соответствует матричной фильтрации групп из N отсчетов. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на адаптивном байесовском подходе, в соответствии с которым неизвестные величины $W_l(n, k)$ или $w_l(n, k)$ и $\varphi_{\text{п}l}$ заменяются их состоятельными оценками. Неопределенность величин $\varphi_{\text{c}l}$ в доплеровском интервале $[-\pi, \pi]$ первоначально предполагает многоканальное когерентное накопление результатов матричной фильтрации. При этом сигнал от движущейся цели из-за различия доплеровских сдвигов фазы частотных компонент будет попадать в различные доплеровские каналы каждого из когерентных накопителей, что исключает объединение выходных величин последних в соответствии с алгоритмом (1). Другим вариантом преодоления априорной неопределенности доплеровских сдвигов фазы сигнала является усреднение алгоритма (1) по данным параметрам. Полагая величины $\varphi_{\text{c}l}$ равномерно распределенными в интервале $[-\pi, \pi]$, в результате усреднения (1), исключающего неопределенность этих величин в пределах указанного интервала, находим

$$v=(2\pi)^{-L} \times$$

$$\times \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ldots \int_{-\pi}^{\pi} V\left(\varphi_{\text{c}1}, \varphi_{\text{c}2}, \ldots, \varphi_{\text{c}L}\right) d\varphi_{\text{c}1}\, d\varphi_{\text{c}2} \ldots d\varphi_{\text{c}L}=$$

$$=\sum_{l=1}^{L}(2\pi)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{k, p=1}^{N} e^{-i(k-p)\varphi_{\text{c}l}} \times$$

$$\times \sum_{n, r=1}^{N} W_l^*(n, k) U_{nl} W_l(r, p) U_{rl}^*.$$

Изменяя порядок интегрирования и суммирования, а также учитывая, что

$$(2\pi)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i(k-p)\varphi_{\text{c}l}} d\varphi_{\text{c}l}=\operatorname{sinc}[(k-p)\pi]=$$

$$=\frac{\sin[(k-p)\pi]}{(k-p)\pi}=\begin{cases}1, & k=p, \\ 0, & k \neq p,\end{cases}$$

имеем

$$v=\sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{N}\left|\sum_{n=1}^{N} W_l^*(n, k) U_{nl}\right|^2. \qquad (2)$$

Полученный алгоритм определяет структуру системы обработки, инвариантной к доплеровским сдвигам фазы компонент отраженного многочастотного сигнала. При этом межпериодная обработка отсчетов каждой компоненты является комбинированной, т. е. в условиях априорной неопределенности спектрально-корреляционных характеристик помехи распадается на адаптивную когерентную матричную фильтрацию отсчетов и последующее некогерентное суммирование N результатов матричной фильтрации. Завершается обработка суммированием L результатов раздельной обработки отсчетов каждой частотной компоненты.

Весовыми коэффициентами адаптивного матричного фильтра являются оценки элементов обратной корреляционной матрицы помехи, вычисление которых в условиях априорной неопределенности в общем случае представляет собой трудоемкую процедуру, усложняющую реализацию алгоритма обработки. При марковских аппроксимациях гауссовской помехи матричный фильтр преобразуется в векторный (одноканальный) адаптивный режекторный фильтр [2].

Адаптивный режекторный фильтр (АРФ) в случае произвольных корреляционных свойств помехи может выполняться с комплексными весовыми коэффициентами [3], определяемыми с помощью адаптивных алгоритмов по максимально правдоподобным оценкам корреляционных параметров помехи [4]. При реализации данных АРФ в цифровом виде предполагается использование комплексных перемножителей, число которых равно порядку фильтра. При этом существенно усложняется структура АРФ, особенно высоких порядков, и повышаются требования к быстродействию арифметических операций для выполнения обработки в реальном масштабе времени. Избежать указанных трудностей можно предварительной компенсацией доплеровского сдвига фазы помехи, обусловленного взаимным перемещением источника мешающих отражений и носителя радиолокатора. В [5] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связями. Режектирование "остановленной" помехи теперь может быть осуществлено фильтром с действительными весовыми коэффициентами, адаптирующимися к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора [6]–[9].

Анализ системы обработки. Для определения характеристик обнаружения системы, соответствующей синтезированному алгоритму инвариантной обработки, необходимо найти закон распределения статистики v. С этой целью алгоритм (2) представим в виде квадратичной формы

$$v=\sum_{l=1}^{L}v_l=\sum_{l=1}^{L}\mathbf{U}_l^{*\mathrm{T}}Q_l\mathbf{U}_l=$$

$$=\sum_{l=1}^{L}\sum_{n,k=1}^{N}Q_l(n,k)U_{nl}^{*}U_{kl}, \qquad (3)$$

где Q_l – матрица обработки l-й частотной компоненты, элементы которой имеют вид

$$Q_l(n,k)=\sum_{n=1}^{N}W_l(k,n)W_l^{*}(n,p).$$

В соответствии с интерпретацией алгоритма (3) система инвариантной обработки должна осуществлять весовое суммирование всех возможных комбинаций попарных произведений поступающих отсчетов каждой частотной компоненты. Весовые коэффициенты являются элементами матриц обработки Q_l, определяемыми по элементам обратных корреляционных матриц помехи, параметры которых при анализе полагаются известными.

Универсальную методику анализа в рассматриваемом случае дает метод характеристических функций [10]. Характеристическая функция величины v определяется следующим образом:

$$\Theta_v(it)=\overline{e^{itv}}=\prod_{l=1}^{L}\overline{e^{itv_l}}=\prod_{l=1}^{L}\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}P(\mathbf{U}_l)e^{itv_l}d\mathbf{U}_l;$$

$$d\mathbf{U}_l=dU_{1l}dU_{2l}...dU_{Nl}.$$

Используя плотности вероятности $P(\mathbf{U}_l)$ из работы [1] и величины v_l из алгоритма (3) настоящей статьи, найдем:

$$\Theta_v(it)=(2\pi)^{-LN}\prod_{l=1}^{L}\Big\{\det W_l\times$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{1}{2}\mathbf{U}_l^{*\mathrm{T}}(W_l-2itQ_l)\mathbf{U}_l\right]d\mathbf{U}_l\Big\},$$

где W_l – матрица, обратная корреляционной матрице R_l вектора $\mathbf{U}_l$.

Учитывая, что [11]

$$\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{U}^{*\mathrm{T}}A\mathbf{U}\right)d\mathbf{U}=(2\pi)^{N}/\det A$$

$$\text{и } \det W=(\det R)^{-1},$$

окончательно получим

$$\Theta_v(it)=\prod_{l=1}^{L}\left\{\det W_l\left[\det(W_l-2itQ_l)\right]^{-1}\right\}=$$

$$=\prod_{l=1}^{L}\left[\det(I-2itR_lQ_l)\right]^{-1},$$

где $I=R_lW_l$ – единичная матрица.

Искомая плотность вероятности определяется при помощи преобразования Фурье

$$p(v)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Theta_v(it)e^{-itv}dt, \qquad (4)$$

вычисление которого предполагает приведение определителя $\det(I-2itR_lQ_l)$ в подынтегральном выражении к виду, удобному для интегрирования. С этой целью используем метод собственных значений [10], позволяющий представить характеристическую функцию в виде

$$\Theta_v(it)=\prod_{l=1}^{L}\Theta_{v_l}(it)=\prod_{l=1}^{L}\prod_{n=1}^{N}(1-2it\alpha_{nl})^{-1}, \qquad (5)$$

где α_{nl} – собственные значения матриц R_lQ_l, $n=\overline{1,N}$, $l=\overline{1,L}$.

Интегрированием в (4) с использованием метода вычетов и с учетом (5) находится плотность вероятности $p(v)$. При этом следует учитывать, что собственные значения $\alpha_{nl}=\alpha_n$, $l=\overline{1,L}$, т. е. являются кратными, причем кратность числа α_n равна L. Выражение для вероятности превышения порогового уровня обнаружения v_0 статистикой v принимает вид

$$P\left(v \ge v_0\right) = \int_{v_0}^{\infty} p(v)\,dv = \sum_{j=1}^{M} \frac{1}{(L-1)!} \times$$

$$\times \frac{d^{L-1}}{d\alpha_n^{L-1}}\left[\alpha_k^{L-1} \exp\left(-\frac{v_0}{\alpha_n}\right)\prod_{\substack{k=1 \\ k \ne n}}^{N}\left(1-\frac{\alpha_k}{\alpha_n}\right)^{-L}\right], \quad (6)$$

где M – число различных положительных собственных значений матриц $R_l Q_l$.

Использование в выражении (6) собственных значений матриц $R_l Q_l$ приводит к вычислению вероятности ложной тревоги F, а собственных значений матриц

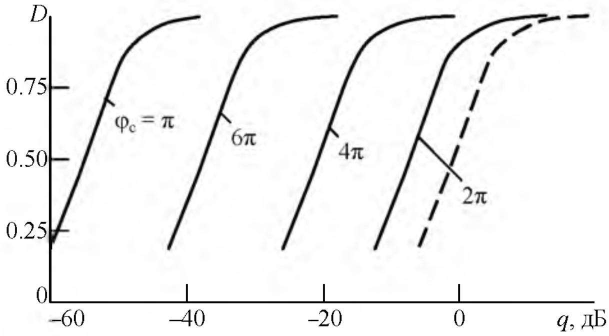
$$R_{\text{сп}l}\left(\varphi_{\text{c}l}\right)Q_l = \left[qR_{\text{c}l}\left(\varphi_{\text{c}l}\right) + R_{\text{п}l}\right]Q_l$$

(q – отношение "сигнал/помеха") – к вычислению вероятности правильного обнаружения D.

Результаты расчетов. При расчетах использовались совместные флуктуации сигнала и гауссовская корреляционная функция помехи

$$\rho_l\left(j,k\right) = \exp\left\{-\left[\pi\beta r_l\left(j-k\right)\right]^2 \Big/ 2.8\right\},$$

где $\beta = \Delta f T$ – нормированная ширина спектра помехи в первом частотном канале; $r_l = f_l / f_1 < 1$ – отношение несущих частот l-го и первого каналов. Характеристики обнаружения систем инвариантной обработки при $N = 10$, $F = 10^{-3}$ и $\beta = 0.15$ приведены на рисунке. Сплошные кривые соответствуют двухчастотной системе $(L = 2)$ при $r_l = 0.9$ и различных значениях доплеровского сдвига фазы сигнала в первом частотном канале $\varphi_{\text{c}1} = \varphi_{\text{c}}$. Штриховая кривая соответствует одночастотной системе $(L = 1)$ при доплеровском сдвиге фазы сигнала для "слепых" скоростей цели, т. е. $\varphi_{\text{c}} = \pm 2\pi k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Из представленных зависимостей следует, что предельная эффективность двухчастотной системы наблюдается при оптимальной скорости цели в одном (первом) частотном канале $\left(\varphi_{\text{c}1} = \varphi_{\text{c}} = \pi\right)$. Однако и на бывших "слепых" скоростях выигрыш двухчастотной системы в значении порогового отношения "сигнал/помеха" q по сравнению с одночастотной системой достигает в зависимости от номера "слепой" скорости существенных значений (до нескольких десятков децибел).



Таким образом, в результате статистического синтеза получен алгоритм обработки многочастотного сигнала на фоне пассивных помех, инвариантный к доплеровским сдвигам фаз его компонент. Проведенный анализ соответствующей данному алгоритму системы позволяет установить предельные возможности обнаружения сигнала от цели для этого класса систем и подтверждает эффективность использования систем обработки многочастотных сигналов для борьбы со "слепыми" скоростями цели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Д. И. Оптимальная обработка многочастотных сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 1. С. 32–39.

2. Попов Д. И. Адаптивная обработка многочастотных сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 6. С. 15–20.

3. Попов Д. И. Синтез и анализ эффективности систем адаптивной междупериодной обработки сигналов на фоне помех с неизвестными корреляционными свойствами // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 12. С. 2373–2380.

4. Попов Д. И. Оценивание параметров пассивных помех // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2003. Т. 46, № 3. С. 71–80.

5. Попов Д. И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 30–33.

6. А. с. 711849 СССР, МПК^6 G01S7/36, G01S13/52. Устройство для подавления пассивных помех / Д. И. Попов; опубл. 27.11.98. Бюл. № 33.

7. А. с. 875960 СССР, МПК^6 G01S7/36, G01S13/52. Устройство для подавления пассивных помех / Д. И. Попов; опубл. 27.11.98. Бюл. № 33.

8. А. с. 1015757 СССР, МПК^6 G01S7/36. Устройство подавления пассивных помех / Д. И. Попов; опубл. 27.11.98. Бюл. № 33.

9. А. с. 1098399 СССР, МПК[6] G01S7/36. Устройство адаптивной режекции пассивных помех / Д. И. Попов; опубл. 20.12.98. Бюл. № 35.

10. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи: в 2 т. М.: Сов. радио, 1961–1962. Т. 1. 1961. 782 с.; Т. 2. 1962. 832 с.

D. I. Popov
Ryazan State Radio Engineering University

Invariant Processing of Multifrequency Signals

The multıfrequency signal processing algorithm that is invariant to the values of Doppler phase components of multıfrequency signals have been synthesized. The analysis of the detection characteristics of the respective system conducted that allows to determine the theoretical limit of improvement of real systems of this class, and the direction of the search for new systems.

Doppler phase, multifrequency signals, signals processing, clutter

Статья поступила в редакцию 30 ноября 2015 г.

УДК 681.514

С. И. Зиатдинов
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Анализ ошибок узкополосного приема частотно-модулированных сигналов

Показано, что ограничение полосы пропускания при приеме частотно-модулированного сигнала приводит к нежелательным изменениям как амплитуды, так и частоты выходного сигнала, значения которых зависят от значения индекса угловой модуляции.

Частотная модуляция, спектр сигнала, узкополосный прием, ошибки

Частотная модуляция (ЧМ) относится к распространенному методу передачи сообщений по информационному каналу. Исследованиям искажений частотно-модулированного колебания при прохождении через колебательную систему посвящено множество работ (см., например, [1]–[3]). Однако в данных работах с целью недопущения динамических искажений, связанных с конечной полосой пропускания линейной системы, рассмотрен лишь случай медленного изменения частоты входного сигнала.

Напротив, в настоящей статье использован спектральный метод анализа прохождения ЧМ-сигнала через линейную систему, который можно без ограничений применять как при медленных, так и быстрых изменениях частоты.

ЧМ-сигналы характеризуются столь большим числом спектральных составляющих в используемой полосе частот, что применение спектрального метода сопряжено с большими, иногда непреодолимыми трудностями вычисления. Однако современные вычислительные средства полностью снимают все трудности обработки большого числа спектральных составляющих в выходном сигнале.

При ЧМ частота несущего сигнала $\omega(t)$ изменяется по закону передаваемого сообщения $s(t)$: $\omega(t)=\omega_0+ks(t)$, где ω_0 – частота немодулированного несущего сигнала; k – коэффициент пропорциональности.

При этом полная фаза ЧМ-сигнала записывается следующим образом:

$$\theta(t)=\int_0^t \omega(l)\,dl=\omega_0 t+\Delta\theta(t), \qquad (1)$$

где $\Delta\theta(t)=\int_0^t ks(l)\,dl=\Delta\varphi(t)+\varphi_0$, причем $\Delta\varphi(t)$ – изменение фазы несущего сигнала вследствие ЧМ; φ_0 – начальная фаза.

В результате для ЧМ несущего сигнала можно записать выражение

$$u(t)=U_m\cos\left[\omega_0 t+\Delta\varphi(t)+\varphi_0\right], \qquad (2)$$

где U_m – амплитуда сигнала.