



УДК 621.396.96

В. А. Варгаузин

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

## Алгоритм оценки неизвестной сетки частот источника радиоизлучения с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты

*Предложен алгоритм оценки неизвестной сетки частот источника радиоизлучения с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты по результатам длительного контроля измерений рабочих частот. Алгоритм основан на методах регрессионного и дискретного спектрального анализа и может быть использован при радиомониторинге на основе многочастотной панорамной радиопеленгационной системы.*

**Радиомониторинг, псевдослучайная перестройка рабочей частоты, многочастотное пеленгование, вторичная обработка, линейная регрессия, метод наименьших квадратов, дискретное преобразование Фурье**

Рассмотрим задачу оценки неизвестных параметров сетки рабочих частот источника радиоизлучения (ИРИ) с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ) [1], [2] по итогам длительного наблюдения за результатами измерений рабочих частот. Под параметрами понимается охват частотного диапазона сеткой и разнос рабочих частот в этом диапазоне.

Указанная задача актуальна при радиомониторинге и может быть решена, например, с использованием многочастотной панорамной радиопеленгационной системы [1]–[3]. В подобных системах выделение информации производится вторичной обработкой потока результатов измерений частотно-пеленгационных панорам (ЧПП) вида "частота–пеленг", полученных после первичной обработки сигналов различных частот, принятых с различных пеленгов. При вторичной обработке ЧПП выделяется траектория пеленгов ИРИ, например фильтром Калмана с заданной марковской стохастической моделью движения ИРИ [4], [5] (простейшей из которых является модель с неизменным пеленгом). В процессе выделения траектории с ней связываются результаты измерений частот, что позволяет идентифицировать ИРИ с ППРЧ и оценить неизвестную сетку рабочих частот после длительной вторичной обработки потока ЧПП.

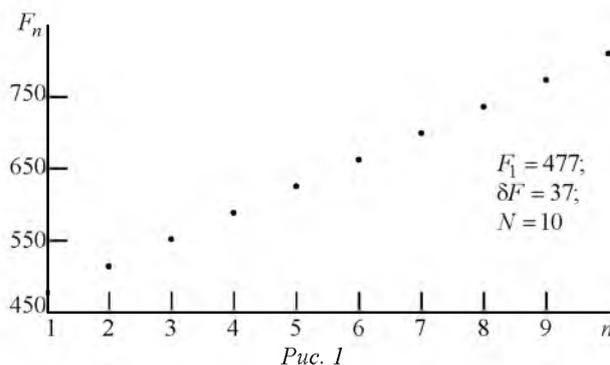
Пусть после длительной вторичной обработки получено  $L$  результатов измерений частот  $g_k$  ( $k = 1, 2, \dots, L$ ), связанных с траекторией пеленгов ИРИ. Требуется по этим результатам получить оценку истинной сетки из  $N$  рабочих частот  $F_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ).

Как известно, для ИРИ с "классической" ППРЧ справедливо соотношение [1]

$$F_n = F_1 + (n - 1)\delta F,$$

где  $\delta F = \text{const}$  – постоянный разнос соседних рабочих частот. При этом рабочая частота линейно связана с номером на сетке частот (рис. 1).

Кроме того, известно, что вероятность появления в эфире каждой из  $N$  рабочих частот одина-



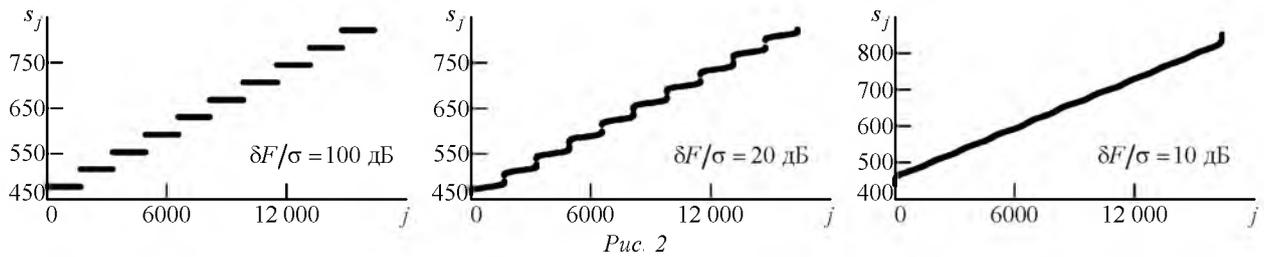


Рис. 2

кова и равна  $1/N$ . В рамках такой линейной по номеру и равной по вероятности (ЛНРВ) модели ИРИ с ППРЧ необходимо оценить параметры  $N$ ,  $\delta F$  и  $F_1$  (или, что эквивалентно,  $N$ ,  $F_1$  и  $F_N$ ).

Примем модель измерений  $g_k$  рабочих частот (ИРЧ) в виде:  $g_k = f_k + \xi_k$ , где  $f_k$  – рабочая частота, выбранная в момент времени  $t_k$  с вероятностью  $1/N$  из множества частот  $\{F_1, F_2, \dots, F_N\}$ ;  $\xi_k$  – значение в момент времени  $t_k$  нормального шума измерения с нулевым математическим ожиданием и стандартным отклонением  $\sigma$ . Величину  $\delta F/\sigma$  будем трактовать как относительную точность измерения каждой из рабочих частот и далее представлять ее в децибелах.

Условие длительной вторичной обработки потока ЧПП может иметь вид  $L \gg N$ . К сожалению, при неизвестном  $N$  (которое на практике может находиться в достаточно широких пределах, например от 10 до 10 000) нет возможности заранее выбрать размер выборки  $L$ , достаточный для получения статистически надежных результатов оценивания. Поэтому для получения таких результатов следует иметь сведения о максимально возможном числе рабочих частот  $N_{\max}$  для ИРИ с ППРЧ. Если такие сведения имеются, то  $L$  выбирается из условия  $L \gg N_{\max}$ , что далее и предполагается. Это условие означает, что в среднем каждая из неизвестных  $N \leq N_{\max}$  рабочих частот будет измерена не менее чем  $L/N_{\max} \gg 1$  раз при шуме измерения с дисперсией  $\sigma^2$ .

**Принципы построения алгоритма.** На основе рассмотренных выше моделей ЛНРВ и ИРЧ далее продемонстрированы принципы, лежащие в основе предложенного алгоритма оценки неизвестной сетки частот, базирующегося на методах линейного регрессионного и дискретного спектральных анализов.

**Сортировка.** Отсортируем выборку  $g_1, g_2, \dots, g_L$  в порядке возрастания ее элементов, тем

самым получив упорядоченную выборку (вариационный ряд – ВР)  $s_1 \leq s_2 \leq s_j \leq \dots \leq s_L$ . На рис. 2 приведены примеры ВР для  $L = 16\,384$ ,  $N = 10$  и трех значений  $\delta F/\sigma$ . Рисунок иллюстрирует очевидный факт, что данные в ВР группируются в  $N$  кластеров со средним размером  $Q = L/N$  (в рассмотренном примере  $N = 10$ ,  $Q = 1638.4$ ). Поэтому исходная задача может быть переформулирована как задача оценки числа кластеров в ВР и вычисления их центров тяжести, которые могут служить оценками истинных значений рабочих частот ИРИ с ППРЧ.

**Линейная регрессия.** Вычислим линейный тренд ВР. Для этого может быть использован, например, метод оптимальной линейной регрессии (ЛР) [6], [7]. При этом оптимальная линия задается двумя коэффициентами, которые находятся методом наименьших квадратов (МНК), т. е. в соответствии с критерием минимума суммы из  $L$  квадратов отклонений значений ВР от линии регрессии.

**Вычисление отклонений от линии регрессии.** Предположим, что оптимальные коэффициенты ЛР найдены и соответствующая им оптимальная линия представлена  $L$  значениями  $l_j$ ,  $j = \overline{1, L}$ . Тогда выборка отклонений вида

$$e_j = s_j - l_j, \quad j = \overline{1, L},$$

имеет явно выраженную периодическую составляющую (рис. 3). На представленных зависимостях выражена периодичность, причем число периодов в анализируемой выборке размера  $L$  равно  $N$ .

**Дискретный спектральный анализ.** На основании изложенного для определения неизвестного числа частот  $N$  предлагается использовать дискретный спектральный анализ выборки  $e_1, e_2, \dots, e_L$ . Для этого следует выполнить дискретное преобразование Фурье (ДПФ) размера  $L$  этой выборки и проанализировать модули значений ДПФ (амплитудный спектр – АС)  $A_i$ , которые соответствуют целому числу периодов анализа  $i = \overline{1, N_{\max}}$ .

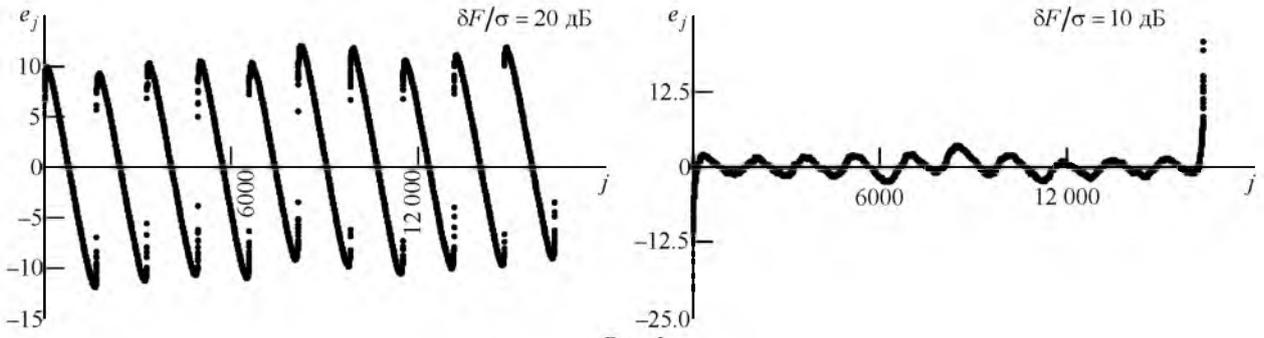


Рис. 3

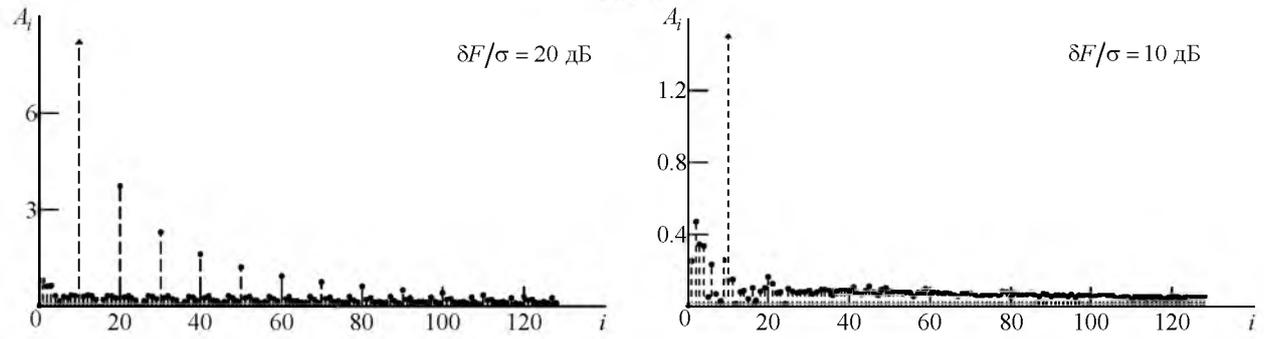


Рис. 4

В качестве иллюстрации на рис. 4 представлен АС для  $L=16\,384$ ,  $N_{\max}=128$ . АС нормирован к значению  $L/2$ , как это принято при спектральном анализе амплитуд дискретных гармоник, входящих в анализируемую выборку. В представленных спектрах периодическая составляющая, имеющая максимальное значение (отмечена треугольным маркером), соответствует целому количеству периодов анализа  $N'=N$ .

*Вычисление центров кластеров.* После определения числа кластеров  $N'$  найдем центры тяжести кластеров  $F'_n$  ( $n=1, 2, \dots, N'$ ) следующим образом.

Пусть  $Q'$  – целая часть величины  $L/N'$  (для рассматриваемого примера  $Q'=1638$ ), а  $L'=N'Q'$  (в общем случае  $L' \leq L$ ; в рассматриваемом примере  $L'=16\,380$ ). Отсортируем выборку  $g_1, g_2, \dots, g_{L'}$  из  $L'$  измерений в порядке возрастания ее элементов, тем самым получив ВР вида  $s'_1, s'_2, \dots, s'_{L'}$ . В этом ВР имеется  $N'$  кластеров одинакового размера  $Q'$ , на основании чего можно вычислить средние значения (медианы) каждого из  $N'$  кластеров. Эти значения и будем считать оценками  $F'_n$  ( $n=1, 2, \dots, N'$ ) их центров тяжести.

*Линейная регрессия центров кластеров.* Обратим внимание, что оценки  $F'_n$  ( $n=1, 2, \dots, N'$ ) в

общем случае не обязательно должны лежать на одной линии, как исходные значения рабочих частот  $F_n$ ,  $n=1, 2, \dots, N$  (см. рис. 1). В такой ситуации к найденной выборке  $F'_1, F'_2, \dots, F'_{N'}$  можно применить линейную регрессию (как ранее к выборке  $e_1, e_2, \dots, e_L$ ), коэффициенты которой находятся на основе МНК. Если оптимальные коэффициенты найдены, то соответствующая им оптимальная линия представлена  $N'$  значениями  $F''_n$  ( $n=1, 2, \dots, N'$ ), которые и принимаются в качестве окончательных оценок рабочих частот ИРИ с ППРЧ.

**Результат.** Качество представленного алгоритма оценивания неизвестной сетки рабочих частот для рассматриваемой модели с линейной зависимостью рабочей частоты от номера можно охарактеризовать значением коэффициента корреляции:

$$r = \frac{\sum_{n=1}^{N'} \hat{F}_n F_n}{\sqrt{\left(\sum_{n=1}^{N'} \hat{F}_n^2\right) \left(\sum_{n=1}^{N'} F_n^2\right)}}$$

Анализ показывает, что для рассмотренного ранее примера при  $\delta F/\sigma=10$  дБ  $r=0.9997$ . Столь высокое значение коэффициента корреляции иллюстрирует рис. 5, где оценки частот (точечные маркеры) почти точно попадают в центры

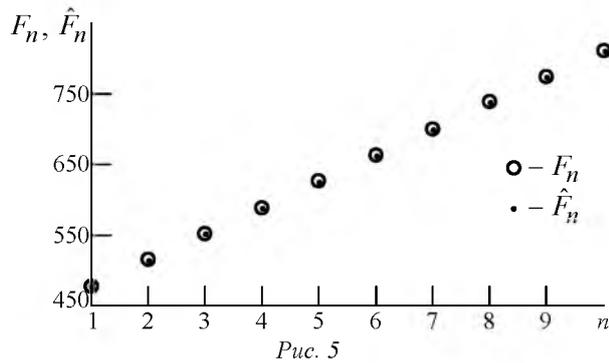


Рис. 5

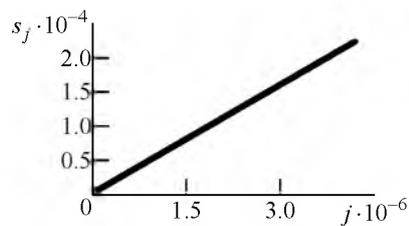


Рис. 6

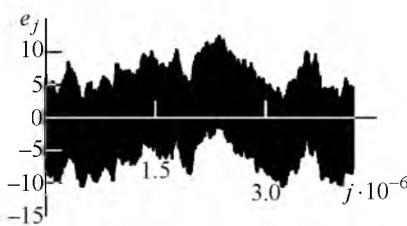


Рис. 7

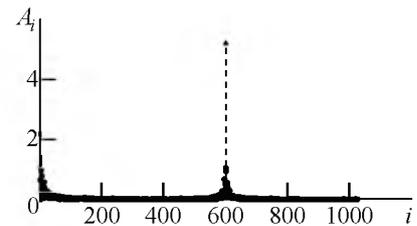


Рис. 8

кругов, соответствующих истинным значениям рабочих частот (см. рис. 1).

**Сетка частот большего размера.** Для большей наглядности рассмотренного алгоритма на рис. 6–8 приведены ВР  $s_j(j)$ ,  $j = \overline{1, L}$ , отклонение ВР от ЛР  $e_j(j)$ ,  $j = \overline{1, L}$  и АС  $A_i(i)$ ,

$i = \overline{1, N_{\max}}$  соответственно для сетки из  $N = 600$  рабочих частот при  $\delta F/\sigma = 15$  дБ,  $L = 2^{22}$ ,  $N_{\max} = 2^{10}$ . В результате оценивания получено  $N' = N$ , коэффициент корреляции  $r = 0.9995$ .

В статье предложен и промоделирован алгоритм оценки неизвестной сетки частот ИРИ с ППРЧ после длительного наблюдения за результатами измерения рабочих частот. Алгоритм исполь-

зует классические методы линейного регрессионного анализа на основе МНК и дискретного спектрального анализа на основе ДПФ. Последний метод используется для определения числа рабочих частот сетки ИРИ с ППРЧ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кирсанов Э. А., Сирота А. А. Обработка информации в пространственно-распределенных системах радиомониторинга: статистический и нейросетевой подходы. М.: Физматлит, 2012. 344 с.
2. Кирсанов Э. А., Сирота А. А. Адаптивная фильтрация параметров сигнала с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты по результатам панорамного обнаружения-пеленгования // Радиосистемы. 2008. № S123. С. 84–90.
3. Радзиевский В. Г., Сирота А. А. Теоретические основы радиоэлектронной разведки. 2-е изд. М.: Радиотехника, 2004. 431 с.
4. Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.
5. Brown R. G., Hwang P. Y. C. Introduction to random signals and applied Kalman filtering; with MATLAB exercises and solutions. 3rd ed. New York: Wiley, 2012. 383 p.
6. Дрейпер Н, Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия. 3-е изд. М.: Диалектика, 2007. 912 с.
7. Chatterjee S., Hadi A. S. Influential observations, high leverage points, and outliers in linear regression // Statistical science. 1986. Vol. 1. P. 379–416.

V. A. Vargauzin

Saint-Petersburg state polytechnical university

### Algorithm of an assessment of an unknown grid of frequencies of a source of a radio emission with pseudorandom reorganization of working frequency

*We propose an algorithm for estimating the unknown grid frequency radiation source with operating frequency hopping as a result of long-term observation of measurement of operating frequencies. The algorithm based on the methods of regression and discrete spectral analysis. The algorithm can be used for radio monitoring using multi-frequency panoramic bearing system.*

Radio monitoring, frequency hopping, multi-frequency bearing, secondary processing, linear regression, least squares method, discrete Fourier transform

Статья поступила в редакцию 6 декабря 2014 г.